

الطريق إلى:

# الدرجة النهائية في الديناميكا

إعداد

الأستاذ / إبراهيم الأحمدى إبراهيم

معلم خبير الرياضيات

جامعة إستراثكلاید ❀ ❀ ❀ اسكتلندا ❀ ❀ ❀ إنجلترا

0112 093 0112

صفحتنا على الفيسبوك: رياضيات الثانوية العامة

## الدرجة النهائية في الديناميكا

Momentum : كمية الحركة

① ترك جسيم ليسقط من قمة برج ، احسب كمية حركته عند اى لحظة زمنية واثبت أن معدل

تغيره يكون ثابتا .

الحل ← 
$$\begin{aligned} E &= E + \cancel{mv} \\ E &= \cancel{mv} \\ E &= mv \end{aligned}$$

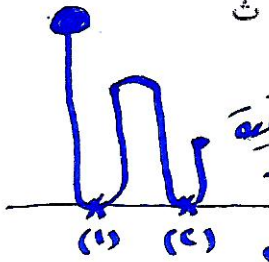
∴ كمية الحركة =  $mv$   
فيمتد = له = مقدار ثابتة #

② قذف جسيم رأسيا إلى أعلى بسرعة  $E$  : اكتب القانون الذى يعطى سرعته بدلالة الزمن ثم استنتج منه أن معدل تغير كمية حركته بالنسبة للزمن هو متجه ثابت .

$$\begin{aligned} E &= E - \cancel{mv} \\ E &= \cancel{mv} - mv \\ m &= \cancel{mv} - mv \\ \frac{dm}{dt} &= \cancel{mv} - mv = -mv \end{aligned}$$

# مقدار ثابتة

③ تركت كرة من المطاط كتلتها ١٠٠ جم لتسقط من ارتفاع ٤٠ سم على أرض أفقية . فإذا علم أن الكرة ترتد بعد كل صدمة إلى ربع الارتفاع الذى تسقط منه ، أوجد مقدار التغير فى كمية حركتها قبل وبعد الصدمة الثانية مباشرة مقدرا بوحدات جم . سم / ث



قبل الصدمة الأولى  $E = 40$   
بعد الصدمة الأولى  $E = 10$   
قبل الصدمة الثانية  $E = 40$   
بعد الصدمة الثانية  $E = 10$

∴  $E = 40 - 10 = 30$   
∴  $E = 40 - 10 = 30$

قبل الصدمة الأولى  $E = 40$   
بعد الصدمة الأولى  $E = 10$   
قبل الصدمة الثانية  $E = 40$   
بعد الصدمة الثانية  $E = 10$

∴  $E = 40 - 10 = 30$   
∴  $E = 40 - 10 = 30$

∴  $E = 40 - 10 = 30$   
∴  $E = 40 - 10 = 30$



## الدرجة النهائية فى الديناميكا

④ ينطلق صاروخ كتلته ٣ طن وكان ينفث الوقود بمعدل ثابت يساوى ١٠٠ كجم فى الثانية . فإذا كانت كتلة الصاروخ الفارغ من الوقود هى ١ طن ، أوجد متى يفرغ الوقود من الصاروخ .

الحل ← كتلة الوقود = ٣ طن - ١ طن = ٢ طن = ٢٠٠٠ كجم  
 معدل ينفث الوقود = الكتلة المفقودة  

$$\frac{2000}{t} \times \frac{1}{1000} = \frac{2000}{1000} \Rightarrow t = 2 \text{ ث}$$

⑤ تتحرك كرة كتلتها ١ كجم فى هواء محمل بالغبار وكان معدل تراكم الغبار على سطحها يساوى ٢٠ جم / دقيقة . بعد كم من الوقت تصبح كتلة الكرة المحملة بالغبار ١٠٥ كجم ؟

الحل ← الكتلة المكتسبة = ١٠٥ كجم - ١ كجم = ١٠٤ كجم = ١٠٤٠٠ جم  
 معدل اكتساب الكتلة = الكتلة المكتسبة  

$$\frac{100}{\text{دقيقة}} \times \text{الزمن} = 10400 \text{ جم}$$

$$\text{الزمن} = \frac{10400 \text{ جم} \cdot \text{دقيقة}}{100 \text{ جم}} = 104 \text{ دقيقة}$$

⑥ أطلق مدفع مضاد للدبابات قذيفة كتلتها ١ كجم بسرعة ٣٠٠ متر / ث فى اتجاه دبابة تتحرك نحو المدفع بسرعة ٦٠ كم / س فأصابته .

أوجد مقدار كمية الحركة المطلقة للقذيفة وكذلك مقدار كمية حركتها بالنسبة للدبابة وقارن بينهما .

الحل ← كمية حركة القذيفة = لمع = ٣٠٠ × ١ = ٣٠٠ كجم متر / ث ← ①  
 سرعة القذيفة بالنسبة للدبابة = مع قذيفة + مع دبابة =  $\frac{5}{18} \times 60 + 300 = 310 \text{ م / ث}$   
 كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة = لمع =  $\frac{5}{18} \times 310 = 86.1 \text{ كجم م / ث}$  ← ②



## الدرجة النهائية في الديناميكا

## Newton's Laws

## قوانین نیوٹن

٧ يتحرك جسم بتأثير قوانين  $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0} - \frac{3}{2} \frac{v}{c^2}$  حيث  $\frac{1}{\rho_0}$  متجهها الوحدة الاساسيان . أوجد قوة ثالثة  $\frac{1}{\rho}$  بحيث إذا اثرت على الجسم فإنه يتحرك حركة منتظمة وأوجد معيار واتجاه هذه القوة .

$$\textcircled{1} \quad \sqrt[3]{\frac{27}{125}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{3}{5}$$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

(8) رجل مربوط إلى مظلة نجاة يهبط هو والمظلة في اتجاه رأسى إلى أسفل . فإذا علم أن مقاومة الهواء تتناسب طردياً مع مربع مقدار السرعة وأن مقاومة الهواء تساوى  $\frac{1}{4}$  وزن الرجل والمظلة عندما تكون السرعة ١٥ كم / س فأوجد سرعة هبوط الرجل والمظلة عندما تصبح هذه

$$\frac{14}{10} = \frac{9}{9\frac{1}{2}}$$

السرعة منتظمة .

المحل ←

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{t_1}{t_2}$$

$$v = 3$$

٩ قطار كتلته ١١٢ طن وقوة قاطرته ٥٦٠٠ ث كجم . فإذا كانت المقاومة لحركة هذا القطار تتناسب طردياً مع مربع سرعته . وعلم أن المقاومة كانت ٣٢ ث . كجم لكل طن من الكتلة عندما كانت سرعته ٦٠ كم / س . أحسب أقصى سرعة يمكن لهذا القطار أن يسير بها .

$$\frac{9E}{370} = \frac{0.70}{115 \times 25}$$

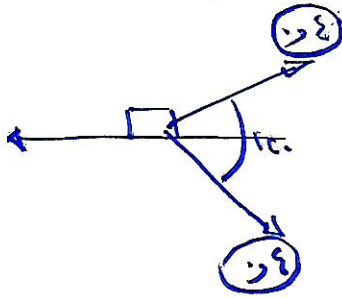
$$0.70 = 9E$$

$$\# \quad 0.7 / 9 = 1E$$

$\frac{14}{14} = \frac{12}{12}$   
 $2 = 2$   
 $2 = 2$



١٥) وضع جسم كتلته ١٠ كيلو جرام على مستوى أفقى وربط بحبلين أفقيين قياس الزاوية بينهما ١٢٠° وعندما كانت قوة الشد فى كل من الحبلين ٤٠٠ ث . جرام تحرك الجسم على المستوى حركة منتظمة . أوجد مقدار واتجاه قوة مقاومة المستوى لحركة الجسم .



$$\begin{aligned} \vec{F} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \\ &= 400\hat{i} + 400\cos 120^\circ\hat{i} + 400\sin 120^\circ\hat{j} \\ &= 400\hat{i} - 200\hat{i} + 346.4\hat{j} \\ &= 200\hat{i} + 346.4\hat{j} \end{aligned}$$

١١) يتحرك جسم متغير الكتلة ، كتلته  $m = 2 + t$  فى خط مستقيم ثابت ، وكان متجه إزاحته يعطى بالعلاقة  $\vec{r} = \left(\frac{1}{2}t^2 + t\right)\hat{i}$  حيث  $\hat{i}$  متجه وحدة مواز للخط المستقيم . أوجد كمية حركة هذا الجسم واستنتج قانون القوة المؤثرة عليه .

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \left(\frac{1}{2}t^2 + t\right)\hat{i} \\ \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} = (t + 1)\hat{i} \\ \vec{p} &= m\vec{v} = (2 + t)(t + 1)\hat{i} \\ &= (t^2 + 3t + 2)\hat{i} \end{aligned}$$

١٢) يتحرك جسم تساوى كتلته الوحدة . وكان متجه سرعته يعطى كدالة فى الزمن من العلاقة

$$\vec{v} = (a + bt)\hat{i}$$

حيث  $\hat{i}$  متجه وحدة ثابت . عين الثابتين  $a$  ،  $b$  إذا علمت أن القوة المؤثرة على هذا الجسم

ثابتة وتعطى من العلاقة  $\vec{F} = 5\hat{i}$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

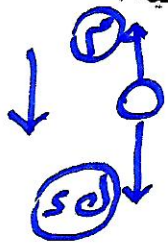
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$5\hat{i} = (1)(a + bt)\hat{i}$$

$$\begin{aligned} 5 &= a + bt \\ a &= 5 \\ b &= 0 \end{aligned}$$

## الدرجة النهائية فى الديناميكا

(13) يتحرك جسم على هيئة أسطوانية دائرية قائمة ارتفاعها ٥٠ سم ، ونصف قطر قاعدتها ١٠ سم كتلته ١٠ كجم حركة منتظمة بسرعة ٥ متر / ث دخل هذا الجسم فى سحابة تحمل غبارا فأثرت عليه بقوة مقاومة مقدارها ٠.٠١ ث . جم لكل سنتيمتر مربع من مساحته الجانبية . أوجد سرعة الجسم بعد خروجه من السحابة علما بأنه ظل يتحرك داخلها لمدة ٣٠ ثانية .



الحل م = ١٠ كجم ، الجيبه  $\pi r h$

$$= ١٠ \times \pi \times ٥ \times ١٠$$

$$= ١٥٠٠ \pi \text{ سم}^2$$

$$= ١٥٠٠ \times ٣.١٤ \text{ سم}^2$$

$$= ٤٧١٠ \text{ سم}^2$$

$$= ١٠ \times ٤٧١٠ = ٤٧١٠٠ \text{ جم} \cdot \text{سم}^2$$

$$= ٤٧١٠٠ \text{ كجم} \cdot \text{سم}^2$$

$$ع = ع + م - \pi$$

$$ع = ٣٠ \times ٩٨٠ + ٥٠٠$$

$$ع = ٢٩٩٠٠ \text{ سم}^2$$

##

(14) قطار كتلته ٢٤٥ طنا ( بما فى ذلك القاطرة ) يتحرك بعجلة منتظمة مقدارها ١٥ سم/ث ، فإذا كانت مقاومة الهواء والاحتكاك تعادل ٤ ثقل . كجم لكل طن من كتلة القطار ، فأوجد قوة آلات القاطرة ، وإذا انفصلت عن القطار العربة الأخيرة وكتلتها ٤٩ طنا بعد أن تحرك القطار من السكون لمدة ٩ ٤ دقيقة . فأوجد العجلة التى يتحرك بها القطار وكذا الزمن الذى تأخذه العربة المنفصلة حتى تقف .

بعد انفصال العربة

$$- ٣ = ع$$

$$- ٤٩ \times ٩,٨ \times ٤ = ٤٩٠٠٠$$

$$- ٣٩٢ = ٠ - ٣٩٢$$

$$ع = ع + م - \pi$$

$$٠ = ٤٩٠٠٠ - ٣٩٢$$

$$٣٩٢ = ٤٩٠٠٠$$

$$= ١٨ \frac{٣}{٤} \text{ دقيقة}$$

الحل قبل انفصال العربة

$$- ٣ = ع$$

$$- ٤٩ \times ٩,٨ \times ٤ = ٤٩٠٠٠$$

$$٤٦٢٥٦ = ٤٦٢٥٦$$

$$ع = ع + م - \pi$$

$$٠ = ٤٦٢٥٦ - ٣٩٢$$

$$٣٩٢ = ٤٦٢٥٦$$



## الدرجة النهائية فى الديناميكا

15) بالون كتلته ١٠٥٠ كجم يتحرك بسرعة منتظمة رأسياً إلى أعلى سقط منه جسم كتلته ٧٠ كجم . أوجد العجلة التى يصعد بها البالون بعد ذلك . وإذا كانت سرعة البالون قبل سقوط الجسم ٥٠ سم / ث . أوجد - أولاً : المسافة التى يقطعها البالون بعد ذلك فى ١٠ ثوان .

ثانياً : المسافة بين البالون والجسم بعد هذه المدة .

قبل سقوط الجسم من البالون      بعد سقوط الجسم من البالون

ف :  $50 \times 10 + \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 = 1000$       ف :  $50 \times 10 + \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 = 1000$

المسافة التى يقطعها الجسم      المسافة التى يقطعها الجسم

ف :  $50 \times 10 + \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 = 1000$       ف :  $50 \times 10 + \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 = 1000$

المسافة التى يقطعها الجسم      المسافة التى يقطعها الجسم

ف :  $50 \times 10 + \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 = 1000$       ف :  $50 \times 10 + \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 = 1000$

16) يتحرك مصعد رأسياً وبه ميزان زميركى معلق فيه جسم كتلته ٤٩٠ جم وجد أن قراءة الميزان ٤٥٠ ث . جم . فهل كان المصعد صاعداً أم هابطاً ؟ وما مقدار عجلة حركته .

الميزان ٤٥٠ ث . جم . فهل كان المصعد صاعداً أم هابطاً ؟ وما مقدار عجلة حركته .

ف :  $450 \times 10 - 490 \times 10 = 400$       ف :  $450 \times 10 - 490 \times 10 = 400$

المسافة التى يقطعها الجسم      المسافة التى يقطعها الجسم

ف :  $450 \times 10 - 490 \times 10 = 400$       ف :  $450 \times 10 - 490 \times 10 = 400$

17) علق جسم فى ميزان زنبركى فى سقف مصعد فسجل الميزان القراءة ١٦ ث . كجم عندما كان المصعد صاعداً بعجلة مقدارها ٣ سم / ث<sup>٢</sup> وسجل القراءة ١٧ ث . كجم عندما كان المصعد صاعداً بالعجلة  $\frac{3}{2}$  ح . أوجد كتلة الجسم ومقدار ح . أحسب أيضاً قراءة الميزان عندما يكون المصعد هابطاً بتقصير منتظم قدره  $\frac{3}{2}$  ح .

بالسقوط فى ①      بالسقوط فى ②

ف :  $16 \times 10 - 17 \times 10 = 10$       ف :  $16 \times 10 - 17 \times 10 = 10$

المسافة التى يقطعها الجسم      المسافة التى يقطعها الجسم

ف :  $16 \times 10 - 17 \times 10 = 10$       ف :  $16 \times 10 - 17 \times 10 = 10$

المسافة التى يقطعها الجسم      المسافة التى يقطعها الجسم

ف :  $16 \times 10 - 17 \times 10 = 10$       ف :  $16 \times 10 - 17 \times 10 = 10$



## الدرجة النهائية فى الديناميكا

١٨) جسم كتلته ٥٠٠ جم موضوع على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{3}{5}$  أثرت عليه قوة تعادل ٥٠٠ ث . جم إلى أعلى المستوى وفى اتجاه خط أكبر ميل . أوجد عجلة الحركة ، وإذا انعدم تأثير القوة بعد مضي ثانيتين . أوجد المسافة التى يصعدوها

الجسم بعد ذلك حتى يسكن لحظيا .

حالة النطاق لفترة

حالة تأثير القوة لا على

$$\begin{aligned} & - \text{لـ} \text{ر} \text{ص} \text{هـ} = \text{لـ} \text{هـ} \\ & \text{هـ} = \text{لـ} \text{ر} \text{ص} \text{هـ} = \frac{3}{5} \times 98 = 58.8 \\ & \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} + \text{ف} \\ & 0 = (98 \times 2) - 58.8 \times 2 \\ & \text{ف} = 58.8 \text{ م} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{و} - \text{لـ} \text{ر} \text{ص} \text{هـ} = \text{لـ} \text{هـ} \\ & 98 \times 500 = \frac{3}{5} \times 98 \times 500 = 58800 \\ & \text{هـ} = 58800 \\ & \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} + \text{ف} \\ & 0 = 58800 + 58800 + \text{ف} \\ & \text{ف} = -117600 \text{ م} \end{aligned}$$

١٩) مستوى مائل خشن طوله ٤٠ مترا وارتفاعه ١٠ أمتار . أوجد أصغر سرعة يقذف بها جسم من أسفل نقطة فى المستوى المائل وفى اتجاه خط أكبر ميل فيه لكى يصل بالكاد إلى أعلى نقطة فيه ، علما بأن الجسم يلاقى مقاومات تعادل  $\frac{1}{4}$  وزنه .



$$\text{و} - \text{لـ} \text{ر} \text{ص} \text{هـ} = \text{لـ} \text{هـ}$$

$$\begin{aligned} & \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} + \text{ف} \\ & 0 = 98 \times (2.9) \times 2 - 58.8 \times 2 \\ & \text{ع} = 58.8 \text{ م} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \text{لـ} \text{ر} \text{ص} \text{هـ} = \text{لـ} \text{هـ} \\ & - \frac{1}{4} \times 98 = \frac{3}{5} \times 98 \times 500 \\ & - \text{ع} = 58.8 \text{ م} \end{aligned}$$



## الدرجة النهائية في الديناميكا

(20) تحركت سيارة معطلة مبتدئة من السكون أسفل مستوى يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{1}{10}$  فصارت سرعتها ٤٤,١ كم / ساعة بعد ٢٥٠ ثانية . أحسب المقاومة عن كل طن من

كتلة السيارة .

$$E = E_0 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$0 = 0 + \frac{1}{2} \times 44.1^2$$

$$m = \frac{2 \times 0}{44.1^2} = 0$$

$$W = F \cdot d + \frac{1}{2}mv^2$$

$$0 = F \cdot 100 + \frac{1}{2} \times 44.1^2$$

$$F = \frac{-\frac{1}{2} \times 44.1^2}{100} = -10.5$$

$$F = \frac{10.5}{1} = 10.5 \text{ كجم لكل طن}$$

(21) قطار كتلة ٢٤٠ طنا يسير في طريق أفقى بعجلة منتظمة ٢.٤٥ سم / ث<sup>٢</sup> فإذا كانت

قوة آتاه تعادل ٢٠٠٠ ث . كجم فما مقدار المقاومة لكل طن من كتلة القطار .

وإذا صعد هذا القطار أعلى منحدر يميل على الأفق بزاوية  $\theta$  حيث  $\tan \theta = \frac{1}{5}$  فما

العجلة التى يتحرك بها القطار أعلى . المنحدر علما بأن المقاومة لم تتغير ؟

$$W = F \cdot d + \frac{1}{2}mv^2$$

$$0 = F \cdot 100 + \frac{1}{2} \times 240^2$$

$$F = \frac{-\frac{1}{2} \times 240^2}{100} = -288$$

$$F = \frac{288}{1} = 288 \text{ كجم لكل طن}$$

في حالة صعود المنحدر

$$W = F \cdot d + \frac{1}{2}mv^2$$

$$0 = F \cdot 100 + \frac{1}{2} \times 240^2 - 1200 \cdot \sin \theta$$

## الدرجة النهائية فى الديناميكا

تطبيقات قوانين نيوتن - الحركة على مستوى خشق

التطبيق الأول :

حركة مجموعة مكونة من جسمين يتدليان رأسيا من طرفى خيط يمر على بكرة ملساء .

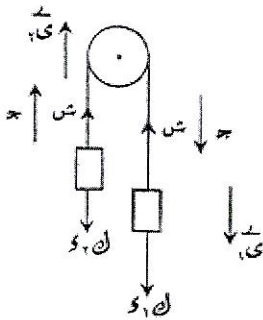
نعتبر جسمين كتلتاهما  $m_1$  ،  $m_2$  حيث  $m_2 < m_1$

معادلتا الحركة :

$$m_1 g - T = m_1 a \quad \dots \quad T - m_2 g = m_2 a$$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

الضغط على البكرة :  $N = 2T$



22) علق جسمان كتلتاهما ١٢٥ ، ١٢٠ جم على الترتيب من طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء ، عين

عجلة المجموعة و الضغط على البكرة و إذا بدأت المجموعة الحركة من سكون و الجسمان فى مستوى أفقى

واحد ، فما هى المسافة الرأسية بينهما بعد مرور ثانية من بدء الحركة ؟

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{125 - 120}{125 + 120} \times 10 = \frac{5}{245} \times 10 = \frac{10}{49} \text{ م/ث}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times \frac{10}{49} \times 1^2 = \frac{5}{49} \text{ م}$$

23) ربط جسمان كتلتاهما ٤ ، ٤ كجم فى نهايتى خيط طوله ١٥٠ سم يمر على بكرة صغيرة ملساء بحيث

كان جزءا الخيط رأسين . أثبت أن مقدار العجلة الناشئة يساوى ١٢ سم / ث<sup>٢</sup> تقريباً .

و إذا بدأت الحركة من سكون عندما كانت الكتلة الكبرى عند البكرة ، فما هى سرعتها عندما تصل

الكتلة الصغرى إلى البكرة ؟

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{4 - 4}{4 + 4} \times 10 = 0$$

$$v = u + at = 0 + 0 \times t = 0$$



## الدرجة النهائية فى الديناميكا

(24) يمر خيط على بكره ملساء و يتدلى من أحد طرفيه جسم كتلته ٤ كجم و من الطرف الآخر جسمان كتلة

أحدهما ٣ كجم و الثانى ٢ كجم . و إذا تحركت المجموعة من سكون ، أوجد عجلتها و سرعة الكتلة

٤ كجم بعد مرور ٣ ثوان من بداية الحركة . و إذا فصلت الكتلة ٢ كجم عن المجموعة عند هذه اللحظة ،

أثبت أن الكتلة تسكن لحظياً بعد مرور  $\frac{7}{3}$  ثانية من لحظة الفصل .

$$9.8 \times \frac{2-0}{4+0} = 0$$

$$9.8 \times \frac{2}{4} = 9.8 \times \frac{1}{2} = 4.9$$

$$4.9 - \frac{4.9}{10} = 0$$

$$4.9 \times \frac{1}{2} = 2.45$$

$$9.8 \times \frac{2-0}{4+0} = 0$$

$$9.8 \times \frac{2}{4} = 9.8 \times \frac{1}{2} = 4.9$$

$$4.9 - \frac{4.9}{10} = 0$$

$$4.9 \times \frac{1}{2} = 2.45$$

عند فصل الكتلة ٢ كجم

$$9.8 \times \frac{2-2}{4+3} = 0$$

(25) يمر خيط على بكره صغيرة ملساء و يتدلى من أحد طرفيه جسم كتلته ٤ كجم و من الطرف الثانى جسم

كتلته ١٠ كجم . أوجد عجلة المجموعة و الضغط على البكرة و إذا انفصل خسا الكتلة الكبرى عن

المجموعة ، أثبت أن قيمة الضغط على البكرة تصبح  $\frac{84}{10}$  من قيمتها الأولى .

بعد انفصال الكتلة الكبرى

$$9.8 \times \frac{2-0}{4+0} = 9.8 \times \frac{2}{4} = 4.9$$

$$4.9 - \frac{4.9}{10} = 0$$

$$4.9 \times \frac{1}{2} = 2.45$$

$$4.9 \times \frac{1}{2} = 2.45$$

$$9.8 \times \frac{2-0}{4+10} = 0$$

$$9.8 \times \frac{2}{14} = 1.4$$

$$1.4 - \frac{1.4}{10} = 0$$

$$1.4 \times \frac{1}{2} = 0.7$$

$$1.4 \times \frac{1}{2} = 0.7$$

$$1.4 \times \frac{1}{2} = 0.7$$

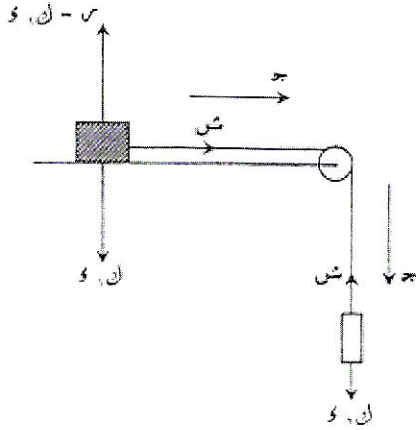
$$1.4 \times \frac{1}{2} = 0.7$$

## الدرجة النهائية فى الديناميكا

التطبيق الثانى:

حركة مجموعة مكونة من جسمين يتحرك أحدهما على نضد أفقى أملس والآخر رأسياً  
نعتبر جسمين كتلتاهما  $m_1$  ،  $m_2$  يتصلان معاً

معادلتا الحركة:



$$m_1 a = T - m_1 g \quad m_2 a = m_2 g - T$$

العجلة:

$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2}$$

الضغط على البكرة:

$$N = 2T$$

وضع جسم كتلته ١٠٠ جم على نضد أفقى أملس و ربط من نقطتين فيه بخيطين يمر كل منهما على بكرة صغيرة ملساء و البكرتان عند حافتي النضد بحيث كان الجسم و البكرتان على خط مستقيم واحد عمودى على الحافتين علق جسمان كتلتاهما ٣٠٠ ، ٣٥٠ جم من الطرفين الخرين للخيطين . أوجد مقدار عجلة

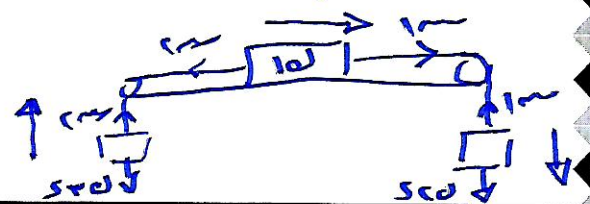
(26)

المجموعة و الشد فى كل خيط .

الحل

$$\begin{aligned} m_1 a &= T - m_1 g \\ 0.1 \times a &= T - 0.1 \times 9.8 \\ 0.1 \times a &= T - 0.98 \\ 0.1 \times a &= T - 0.98 \quad \text{--- (1)} \\ m_2 a &= m_2 g - T \\ 0.3 \times a &= 0.3 \times 9.8 - T \\ 0.3 \times a &= 2.94 - T \quad \text{--- (2)} \\ \text{--- (1)} + \text{--- (2)} & \\ 0.4 \times a &= 1.96 \\ a &= \frac{1.96}{0.4} \\ a &= 4.9 \text{ م/ث}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_1 a &= T - m_1 g \\ 0.1 \times 4.9 &= T - 0.98 \\ 0.49 &= T - 0.98 \\ T &= 0.49 + 0.98 \\ T &= 1.47 \text{ نيوتن} \end{aligned}$$





## الدرجة النهائية فى الديناميكا

(27) وضع جسم كتلته ٣ كجم على تضد أفقى أملس وربط بخيط يمر فوق بكرة صغيرة ملساء عند حافة التضد وتدلى من الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ٠,٦٧٥ كجم بحيث كان الجزء الأفقى من الخيط عمودياً على حافة التضد أوجد مقدار عجلة المجموعة وإذا بدأت المجموعة حركتها من سكون عندما كانت الكتلة الكبرى على بعد ٢٥٠ سم من البكرة ، أوجد سرعة هذه الكتلة عندما تكون على وشك الاصطدام بالبكرة .

$$\begin{aligned} 9.18 \times \frac{0.675}{2+0.675} &= 0 \\ 9.18 \times 0.118 &= 0 \\ 9 &= 0 \\ 9.18 \times 0.118 &= 0 \\ 9.18 \times 0.118 &= 0 \\ 9.18 \times 0.118 &= 0 \end{aligned}$$

(28) وضع جسم كتلته ٥٠٠ جم على تضد أفقى أملس و ربط من نقطتين متقابلتين فيه بخيطين ، أحدهما يمر على بكرة صغيرة ملساء أ عند حافة التضد و تدلى من طرفه الثانى جسم كتلته ٣٠٠ جم و الآخر يمر على بكرة صغيرة ملساء ب عند الحافة المقابلة للتضد و تدلى من طرفه الثانى جسم كتلته ٢٠٠ جم وبحيث كانت الكتلة ٥٠٠ جم و البكرتان واقعة على خط مستقيم واحد عمودى على حافى التضد . تركت المجموعة لتتحرك من سكون عندما كانت الكتلة الموضوعة على التضد على بعد ٢٤٥ سم من البكرة أ وبعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة فصل ثلث الكتلة ٣٠٠ جم . اثبت أن الكتلة ٥٠٠ جم تصطدم بالبكرة أ بعد مرور ثانيتين من لحظة الانفصال .

$$\begin{aligned} \text{عند الانفصال الكتلة ٣٠٠} \\ 9.18 \times \frac{0.675}{2+0.675} &= 0 \\ 9.18 \times 0.118 &= 0 \\ 9 &= 0 \\ 9.18 \times 0.118 &= 0 \\ 9.18 \times 0.118 &= 0 \\ 9.18 \times 0.118 &= 0 \end{aligned}$$

## الدرجة النهائية فى الديناميكا

### التطبيق الثالث :

حركة مجموعة مكونة من جسمين أحدهما يتحرك على مستوى مائل أملس والآخر يتحرك رأسياً :

### معادلتا الحركة :

$$m_1 - m_2 = m_1 \sin \theta - m_2 \sin \theta = m_1 \cos \theta - m_2 \cos \theta$$

### العجلة :

$$a = \frac{m_1 \cos \theta - m_2 \cos \theta}{m_1 + m_2}$$

### الضغط على البكرة :

$$N = m_1 \cos \theta + m_2 \cos \theta = (m_1 + m_2) \cos \theta$$

29 ربط جسمان كتلة كل منهما ٢ كجم فى نهايتي خيط ووضع أحد الجسمين على مستوى أملس مائل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  و مر الخيط على بكرة صغيرة ملساء تقع عند قمة المستوى بحيث تدلى الجسم الثانى رأسياً أسفلها ، أوجد عجلة المجموعة و الشد فى الخيط و كذلك الضغط على البكرة .

$$N = m_1 \cos \theta + m_2 \cos \theta = (m_1 + m_2) \cos \theta$$

$$N = 2 \times 9.8 \times \cos 30^\circ = 16.97 \text{ جتا } (10-15)$$

$$N = 2 \times 9.8 \times \cos 30^\circ = 16.97 \text{ جتا } 20$$

$$N = 16.97 \text{ جتا } 10 \text{ بنوتك}$$

#

$$N = \frac{m_1 \cos \theta + m_2 \cos \theta}{2} = \frac{2 \times 9.8 \times \cos 30^\circ}{2} = 9.8 \times \frac{1}{2} = 4.9$$

$$N = 9.8 \times \frac{1}{2} = 4.9$$

مرة للتأكد

$$N = m_1 \cos \theta + m_2 \cos \theta = 2 \times 9.8 \times \cos 30^\circ = 16.97$$

$$N = 9.8 \times 2 = 19.6$$

$$N = 16.97 \text{ بنوتك}$$



## الدرجة النهائية فى الديناميكا

30 ربط جسمان كتلتاهما ٦٠ ، ٤٠ جم فى نهايتي خيط ، وضع الجسم الأول على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° و مر الخيط فوق بكرة صغيرة ملساء عند قمة المستوى و تدلى الجسم الثانى رأسيا أسفلها . أوجد عجلة المجموعة ، و إذا تحركت المجموعة من سكون عندما كان الجسم الموضوع على المستوى على بعد ١٩٦ سم من البكرة فمى يصطدم بها ؟

$$\begin{aligned} \text{د} = \frac{60 \times 30}{60 + 40} \\ \text{هـ} = 98 \text{ سم} \\ \text{ف} = \frac{1}{2} \times 98 \times \frac{1}{2} + 0 \\ \text{ع} = 196 \text{ سم} \\ \text{ز} = 4 \text{ م} \end{aligned}$$

31 ربط جسمان كتلتاهما ٤ ، ٣ كجم فى نهايتي خيط ، وضع الجسم الأول على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° و مر الخيط فوق بكرة صغيرة ملساء عند قمة المستوى و تدلى الجسم الثانى رأسيا أسفلها ، أوجد عجلة المجموعة و الضغط على البكرة ، إذا تحركت المجموعة من سكون و قطع الخيط بعد مرور ٣ ثوان من بداية الحركة ، فما هى المسافة التى تقطعها الكتلة على المستوى منذ لحظة انقطاع الخيط و حتى تسكن لحظياً ؟

$$\begin{aligned} \text{د} = \frac{3 \times 4}{3 + 4} \\ \text{هـ} = 9.8 \text{ م} \\ \text{ف} = \frac{1}{2} \times 9.8 \times \frac{1}{2} \\ \text{ع} = 1.175 \text{ م} \\ \text{ز} = 9.8 \times 3 = 29.4 \text{ م} \\ \text{ح} = 29.4 \text{ م} \end{aligned}$$

ضرب = ٤٠ × ٦٠ (٤٠ - ٦٠)

$$40 \times 60 = 2400$$

$$40 \times 60 = 2400$$

بعد قطع الخيط : حركة الجسم على المستوى

$$\begin{aligned} \text{د} = 9.8 \text{ م} \\ \text{هـ} = 1.175 \text{ م} \\ \text{ز} = 29.4 \text{ م} \\ \text{ح} = 29.4 \text{ م} \end{aligned}$$

اعداد الاستاذ/ابراهيم الاحمدى ابراهيم معلم خبير الرياضيات 0112 093 0112

## الدرجة النهائية في الديناميكا

32) جسمان س ، ص كتلتاهما ١٣٢ ، ١٠٨ من الجرامات على الترتيب مربوطان في طرفي خيط ، يمر على بكرة ملساء ثم ربط الجسم ص بخيط آخر طوله ٦٠ سم و يحمل في طرفه جسماً (ع) كتلته ٩٠ جم يتدلى رأسياً ، بدأت المجموعة حركتها عندما كانت الكتلة (ع) على ارتفاع ١٢,٥ سم من سطح الأرض . اثبت أن الكتلة ص تسكن لحظياً عندما تكون على ارتفاع ٣٥ سم من سطح الأرض .

$$م = \frac{90 \times 132 - 198}{132 + 198}$$

$$م = \frac{90 \times 132 - 108}{132 + 108}$$

$$ع = \frac{90 \times 132 - 108}{132 + 108} = 90 \times \frac{122}{240}$$

$$ع = 45 + 45 = 90$$

$$ع = 90 - 45 = 45$$

$$ف = 35 = 45 - 10 = 35$$

$$ع = \frac{90 \times 132 - 198}{132 + 198}$$

$$ع = \frac{90 \times 132 - 198}{132 + 198}$$

$$ع = 45 + 45 = 90$$

$$ع = 90 - 45 = 45$$

$$ع = 45 - 10 = 35$$

33) جسمان أ ، ب كتلة كل منهما ١٠ جم مربوطان في طرفي خيط يمر على بكرة ملساء و يتدليان رأسياً ، أضيفت كتلة مقدارها ٣٥ جم إلى الجسم أ ، فإذا بدأت المجموعة الحركة من السكون فاثبت أن عجلة المجموعة هي  $\frac{5}{35} \text{ سم/ث}^2$  حيث و عجلة الجاذبية .

و إذا اصطدم الجسم أ بالأرض بعد أن قطع مسافة ٥٠ سم و استمر الجسم ب في الحركة حتى صار على بعد ٦٠ سم من النقطة التي بدأ التحرك منها حيث سكن لحظياً . أوجد قيمة  $g$  .

$$ع = \frac{50 - 60}{10 + 35}$$

$$ع = \frac{10 \times 5 \times 2 - 500}{10 + 35}$$

$$ع = \frac{500}{45}$$

$$٧٠٠ = ٤٠ + ٦٠٠$$

$$٧٠٠ = ٤٠ + ٦٠٠$$

$$م = \frac{5 \times 35}{10 + 35}$$

$$م = \frac{5 \times 35}{10 + 35}$$

$$ع = 45 + 45 = 90$$

$$ع = 90 - 45 = 45$$

$$ع = \frac{500}{45}$$



## الدرجة النهائية فى الديناميكا

### الحركة على مستوى خشن

(35) جسم كتلته ٦٠ جم موضوع على تضد أفقى ، ربط بخيط يمر على بكره ملساء ويحمل فى طرفه الآخر جسماً كتلته ٣٠ جم يتدلى رأسياً فى حافة التضد ، أوجد عجلة المجموعة إذا كان معامل الاحتكاك ٠,٥ .

$$\begin{aligned} \text{م} = \frac{\text{ل} - \text{ل} \cdot \text{م} \cdot \text{ج} \cdot \text{ه} \cdot \text{م}}{\text{ل} + \text{ل} \cdot \text{م} \cdot \text{ج} \cdot \text{ه} \cdot \text{م}} \\ 90 \times \frac{20 \times 0.5 - 30}{7 + 30} = \end{aligned}$$

(36) جسم كتلته ٤٠ جم موضوع على تضد أفقى ، ربط بخيط يمر على بكره ملساء ويحمل فى طرفه الآخر جسماً كتلته ٣٠ جم يتدلى رأسياً من حافة التضد ، إذا كان معامل الاحتكاك يساوى ٠,٥ ، فأوجد عجلة المجموعة و المسافة المقطوعة بعد ٧ ثوان من بدء الحركة .

$$\begin{aligned} \text{م} = \frac{\text{ل} - \text{ل} \cdot \text{م} \cdot \text{ج} \cdot \text{ه} \cdot \text{م}}{\text{ل} + \text{ل} \cdot \text{م} \cdot \text{ج} \cdot \text{ه} \cdot \text{م}} \\ 90 \times \frac{20 \times 0.5 - 30}{40 + 30} = \end{aligned}$$

(37) جسم كتلته ٤٠ جم موضوع على تضد أفقى ، ربط بخيط يمر على بكره ملساء ويحمل فى طرفه الآخر جسماً كتلته ٤٠ جم أيضاً و يتدلى رأسياً من حافة التضد ، فإذا كان الجسم الثانى على ارتفاع ١٠ سم من أرض الغرفة وتحركت المجموعة من السكون فأوجد المسافة التى يقطعها الجسم الموضوع على التضد قبل أن يقف إذا كان معامل الاحتكاك يساوى ٠,٥ .

$$\begin{aligned} \text{م} = \frac{\text{ل} - \text{ل} \cdot \text{م} \cdot \text{ج} \cdot \text{ه} \cdot \text{م}}{\text{ل} + \text{ل} \cdot \text{م} \cdot \text{ج} \cdot \text{ه} \cdot \text{م}} \\ 90 \times \frac{20 \times 0.5 - 40}{40 + 40} = \end{aligned}$$

بعد ارتقاء الكيس "تبدل من اليسار"

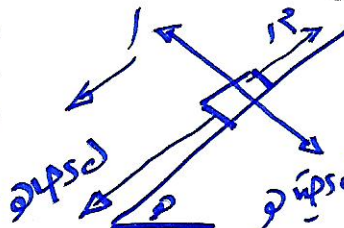
$$\begin{aligned} \text{م} = \frac{\text{ل} - \text{ل} \cdot \text{م} \cdot \text{ج} \cdot \text{ه} \cdot \text{م}}{\text{ل} + \text{ل} \cdot \text{م} \cdot \text{ج} \cdot \text{ه} \cdot \text{م}} \\ 90 \times \frac{20 \times 0.5 - 40}{40 + 40} = \end{aligned}$$



## الدرجة النهائية في الديناميكا

تتقل الصناديق في أحد المصانع بانزلاقها على مستوى مائل طوله ١٥ متر و ارتفاعه ٩ أمتار أوجد سرعة الصندوق ( بدءاً من السكون عند قمة المستوى ) و ذلك عند وصوله إلى قمة المستوى :

(أولاً) إذا كان المستوى أملساً (ثانياً) إذا كان المستوى خشناً و كان معامل الاحتكاك ٠,٢٥



[illegible]

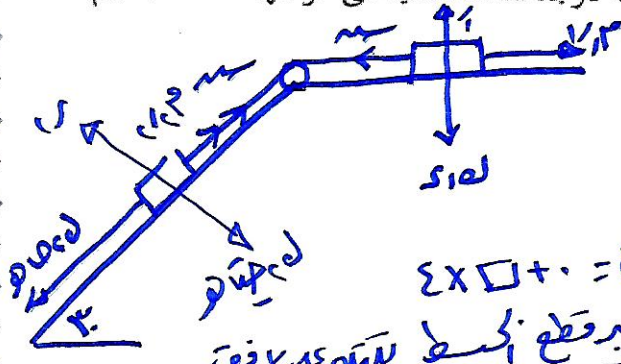
وضع جسم كتلته ٢٠ جم على تضد أفقى خشن ثم ربط بخيط خفيف يمر على بكره ملساء مثبتة عند حافة التضد و يتدلى من الطرف الخالص للخيط جسم كتلته ٢٠ جم ، بدأت المجموعة تتحرك من حالة السكون عندما كان الخيط مشدوداً و كان الجسم المبدلى على ارتفاع ١٠سم من الأرض و الجسم الموضوع على التضد على بعد ١٠سم من البكره ، فإذا كان معامل الاحتكاك يساوى  $\frac{1}{4}$  فاثبت أن المجموعة تتحرك بعجلة قدرها ٢٤٥ سم / ث<sup>٢</sup> . أوجد سرعتها عندما يصل الجسم المبدلى إلى الأرض ، والمسافة التى يقطعها الجسم الآخر على التضد بعد ذلك حتى يقف .

[illegible]



## الدرجة النهائية فى الديناميكا

٤٥ - مستوى مائل خشن ميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  يتصل عند قمته بمستوى أفقى خشن وضع جسم كتلته  $60$  جم على المستوى الأفقى و ربط بأحد طرفيه خيط رفيع مار على بكرة ملساء عند حافة اتصال المستويين . و ربط فى الطرف الآخر للخيط جسم كتلته  $100$  جم موضوع على المستوى المائل . فإذا كان كل من فرعى الخيط عموديا على خط تقاطع المستويين . فأوجد العجلة التى تتحرك بها المجموعة و الشد فى الخيط علما بأن معامل الاحتكاك بين الجسم الأول و المستوى الأفقى  $\frac{1}{4}$  ، بين الجسم الثانى و المستوى المائل  $\frac{1}{3}$  . و إذا قطع الخيط بعد  $4$  ثوان من بدء الحركة فأوجد المسافة الكلية التى تحركها الكتلة  $60$  جم حتى تسكن .



$$L_{60} = 1.13 \text{ ل.ج}$$

$$L_{100} = 1.13 - 0.25 = 0.88 \text{ ل.ج}$$

$$L_{60} + L_{100} = 0.88 + 1.13 = 2.01 \text{ ل.ج}$$

$$L = \frac{2.01 - 1.13 - 0.25}{1.13 + 1.13} = 0.25 \text{ ل.ج}$$

$$L = 0.25 \text{ ل.ج}$$

$$L = 0.25 \text{ ل.ج}$$

$$L_{60} = 1.13 - 0.25 = 0.88 \text{ ل.ج}$$

$$L_{100} = 1.13 - 0.25 = 0.88 \text{ ل.ج}$$

$$L = 0.25 \text{ ل.ج}$$

$$L = 0.25 \text{ ل.ج}$$

٤٦ - وضع جسم كتلته  $250$  جم على مستوى مائل خشن ميل على الأفقى بزاوية ظلها  $\frac{3}{4}$  ثم ربط بخيط يمر على بكرة ملساء عند قمة المستوى و يتدلى من الطرف الخالص للخيط ثقل ، فإذا كان أقل ثقل يلزم تعليق من هذا الطرف لحفظ توازن الجسم على المستوى يساوى  $150$  ث جم ، فأثبت أن معامل الاحتكاك يساوى  $\frac{1}{3}$  و إذا علق من الطرف الخالص للخيط ثقل قدره  $350$  ث جم فأوجد العجلة التى تتحرك بها المجموعة .



$$L_{250} = 2.5 \text{ ل.ج}$$

$$L_{150} = 1.5 \text{ ل.ج}$$

$$L = 1.5 \text{ ل.ج}$$

$$L = 1.5 \text{ ل.ج}$$

## الدرجة النهائية فى الديناميكا

### الدفع والتصادم

- (42) - كرة كتلتها ٥٠ جم سقطت من ارتفاع ٢.٥ متر على أرض أفقية فارتدت إلى ارتفاع ٠.٩ متر . أوجد متوسط القوة بين الكرة والأرض إذا كان زمن التلامس ٠.١ ثانية .

$$\begin{array}{l} \text{قبل التصادم} \quad \text{بعد التصادم} \\ \begin{array}{l} \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \\ \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \\ \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \\ \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \end{array} \\ \begin{array}{l} \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \\ \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \\ \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \\ \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \end{array} \end{array}$$

- (43) - اصطدمت كرة ملساء كتلتها ٤٠٠ جم ومتحركة على أرض أفقية بسرعة ١٠٠ سم/ث تصادما مباشراً بحائط رأسى فأثر عليها بدفع مقداره ٤٨ نيوتن. ث عين سرعة ارتداد الكرة من الحائط .

$$\begin{array}{l} \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \\ \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \\ \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \end{array}$$

- (44) - كرة كتلتها ٥٠٠ جرام سقطت من ارتفاع ٢.٥ متر على سطح سائل لزج فغاصت فيه بسرعة منتظمة وقطعت مسافة ٣.٥ متر فى ٢ ثانية . أحسب دفع السائل للكرة .

$$\begin{array}{l} \text{سرعة قبل التصادم} \quad \text{سرعة بعد التصادم} \\ \begin{array}{l} \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \\ \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \\ \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \end{array} \\ \begin{array}{l} \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \\ \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \\ \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \end{array} \end{array}$$



## الدرجة النهائية فى الديناميكا

(45) - تتحرك كرتان ملساوان كتلتاهما ٢ . ٠ كجم ، ٤ . ٠ كجم فى خط مستقيم واحد على أرض أفقية وكانت سرعة الأولى ٦ متر / ث وسرعة الثانية ٨ متر / ث فى نفس اتجاه حركة الأولى . تصادمت الكرتان فزادت سرعة الكرة الأولى نتيجة للتصادم بمقدار ٢ متر / ث . عين سرعة الكرة الثانية بعد التصادم مباشرة ومقدار دفع أى من الكرتين على الأخرى .

$$\begin{aligned} & \text{دفع اى من الكرتين} \\ & \text{لنقترن كيه حركة اى كره} \\ & \text{لـ ١ (ع' - ع) =} \\ & \text{لـ ٢ (٨ - ٦) =} \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \text{لـ ١ ع' + لـ ٢ ع = لـ ١ ع + لـ ٢ ع'} \\ & ٦ \times ٠.٢ + ٨ \times ٠.٤ = ٨ \times ٠.٤ + ٢ \times \text{ع'} \\ & \text{ع' =} \end{aligned}$$

(46) - تتحرك كرة ملساء كتلتها ٢٠٠ جم على نضد أفقى فى خط مستقيم بسرعة ٦٠ سم/ث. صدمت هذه الكرة كرة ثانية ملساء ساكنة على النضد كتلتها ٤٠٠ جم . فإذا سكنت الكرة الأولى نتيجة للتصادم . أثبت أن الثانية تتحرك بسرعة ٣٠ سم / ث بعد التصادم ، ثم أوجد مقدار الدفع المتبادل بين الكرتين .

$$\begin{aligned} & \text{لـ ١ ع' + لـ ٢ ع = لـ ١ ع + لـ ٢ ع'} \\ & ٦ \times ٢٠٠ = ٤٠٠ \times \text{ع'} \\ & \text{ع' =} \\ & \text{الدفع حسب دله = لنقترن كيه حركة اى كره} \\ & \text{لـ ١ (ع بعد ع من) = لـ ٢ (٠ - ٦٠) =} \end{aligned}$$

## الدرجة النهائية فى الديناميكا

(47) - تتحرك كرتان ملساوان كتلة كل منهما ٤٠٠ جم فى خط مستقيم واحد على نضد أفقى أملس بسرعة ٤ متر/ ث فى نفس الاتجاه وبينهما مسافة ما . وضع حاجز على النضد بحيث يقطع مسار الكرتين على التعامد فاصطدمت به الكرة الأمامية وارتدت لتضدم الكرة الخلفية ثم ارتدت مرة ثانية بسرعة ٢ متر/ ث . عين سرعة الكرة الخلفية بعد التصادم علما بأن الحاجز قد أثر على الكرة الأولى بدفع مقداره ٢.٨ نيوتن . ث .

$$\begin{aligned} \text{دفع الكرة على الحاجز} &= ٢.٨ \text{ نيوتن} \\ ٢.٨ &= ٤ \times (٤ + \text{عبد}) \\ ٧ &= ٤ + \text{عبد} \\ \text{عبد} &= ٣ \text{ م/ث} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ل١ ع١} + \text{ل٢ ع٢} &= \text{ل١ ع٣} + \text{ل٢ ع٤} \\ ٤ \times ٤ + ٤ \times ٤ &= ٤ \times ٤ + ٤ \times \text{ع٤} \\ ١٦ - ١٦ &= ٤ \times \text{ع٤} \\ \text{ع٤} &= ٠ \\ \text{ع٤} &= ٠ \text{ م/ث} \end{aligned}$$

(49) - اطلقت رصاصة كتلتها ١٥ جم بسرعة مقدارها ٨٠٠ م/ث دقيقة على هدف ساكن كتلته ٢ كجم فالتصقت به وتحرك الجسمان بعد التصادم كجسم واحد . برهن على أن سرعة هذا الجسم عقب الاصابة مقدارها ١٨ سم/ث . وإذا لاقى هذا الجسم مقاومة ثابتة أثناء حركته وسكن بعد أن قطع مسافة ٨١ سم ، أوجد هذه المقاومة .

$$\begin{aligned} \text{ع} &= \frac{١٤٥٠.٨}{٦.٠} \\ \text{ع} &= ٢٤.١٨ \text{ م/ث} \\ \text{ل١ ع١} + \text{ل٢ ع٢} &= \text{ل١ ع٣} + \text{ل٢ ع٤} \\ ١٥ \times ٢٤.١٨ + ٢ \times ٠ &= ١٥ \times \text{ع} + ٢ \times ٠ \\ \text{ع} &= \frac{١٥ \times ٢٤.١٨}{١٥ + ٢} \\ \text{ع} &= ١٨ \text{ م/ث} \\ \text{ع} &= ١٨ \text{ م/ث} \\ \text{ع} &= ١٨ \text{ م/ث} \end{aligned}$$



## الدرجة النهائية فى الديناميكا

- (49) - تتحرك كرة كتلتها ١٢٠ جم بسرعة منتظمة ٤٠ سم / ث وبعد مرورها بموضع معين وبزمن قدره دقيقة واحدة تحركت من نفس الموضع كرة أخرى كتلتها ٨٠ جم بسرعة ابتدائية ٦٠ سم / ث وبعجلة تزايدية ٤ سم / ث<sup>٢</sup> فى نفس اتجاه حركة الكرة الأولى فإذا تصادمت الكرتان وتحركتا معا كجسم واحد ، احسب السرعة المشتركة لهما بعد التصادم مباشرة . وإذا تحرك الجسم بعد التصادم تحت تأثير مقاومة ثابتة تساوى ٣٨٤٠ دابن . احسب متى يسكن الجسم .

فكرة الحركة بعجلة منتظمة : فكرة الحركة بسرعة منتظمة

$$v = u + at$$

$$60 = 0 + 4t$$

$$t = 15 \text{ s}$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$s = 0 + \frac{1}{2} \times 4 \times 15^2$$

$$s = 450 \text{ cm}$$

سلك الجسم المتحرك بعجلة قبل التصادم

$$v = u + at$$

$$v = 0 + 4 \times 15$$

$$v = 60 \text{ cm/s}$$

سلك الجسم المتحرك بسرعة منتظمة قبل التصادم

$$v = u + at$$

$$v = 0 + 4 \times 15$$

$$v = 60 \text{ cm/s}$$

- (50) - سقطت كرة من المطاط كتلتها كيلو جرام واحد من ارتفاع ٤.٩ متر على سطح أرض أفقية صلبة فارتدت إلى أقصى ارتفاع لها وهو ٢.٥ متر ، احسب مقدار التغير فى كمية حركة الكرة نتيجة اصطدامها بالأرض ، ثم أوجد مقدار رد فعل الأرض على الكرة بالنيوتن إذا كان زمن تلامس الكرة بالأرض ٠.١ ثانية .

قبل الاصطدام

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \times 9.8 \times 4.9}$$

$$v = 9.8 \text{ m/s}$$

بعد الاصطدام

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \times 9.8 \times 2.5}$$

$$v = 7 \text{ m/s}$$

التغير فى كمية الحركة

$$\Delta p = m(v_f - v_i)$$

$$\Delta p = 1 \times (7 - 9.8)$$

$$\Delta p = -2.8 \text{ N}$$

رد فعل الأرض

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

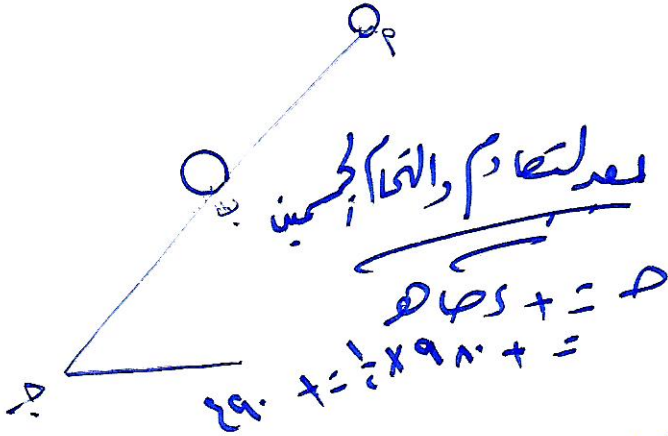
$$F = \frac{-2.8}{0.1}$$

$$F = -28 \text{ N}$$



## الدرجة النهائية في الديناميكا

(51) - أ ب ح هو خط أكبر ميل في مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  حيث  
 أ ح = ١٩.٦ متر وكانت أ هي النقطة العليا ، ب في منتصف أ ح وصفت كرة كتلتها  
 ٣ جم عند أ فتحركت على أ ح واصطدمت عند ب بكرة أخرى ساكنة كتلتها ١ جم فاذا  
 كونت الكرتان بعد التصادم جسما واحدا . أوجد الزمن الذى يمضى بعد التصادم حتى يصل



الجسم إلى ح  
 أولية سرعة الجسمين قبل التصادم  
 قبل التصادم

$$ع = ع + ع + ع$$

$$ع = ع + ع + ع$$

$$٩.٨ \times \frac{1}{2} \times ٩.٨ \times ٣ =$$

$$٤١٢.٩٨ = ع$$

$$ع = ع + ع + ع$$

$$٩.٨ = ع + ع + ع$$

$$٩.٨ = ع + ع + ع$$

$$٩.٨ = ع + ع + ع$$

$$ع = ع + ع + ع$$

$$٩.٨ = ع + ع + ع$$

$$٩.٨ = ع + ع + ع$$

$$٩.٨ = ع + ع + ع$$

(52) - كرة كتلتها  $\frac{1}{4}$  كجم سقطت من ارتفاع ٣.٦ متر على أرض أفقية فارتدت وبلغت  
 ارتفاعاً مقداره ١.٦ متر . أوجد متوسط القوة بين الكرة والأرض إذا تلامستا مدة ٠.٠١  
 ثانية .

$$١ - سرعة قبل التصادم ع = ع + ع + ع$$

$$٢ - سرعة بعد التصادم ع = ع + ع + ع$$

$$ع = ع + ع + ع$$

$$ع = ع + ع + ع$$



## الدرجة النهائية فى الديناميكا

الشغل المبذول بواسطة قوة ثابتة :

(53) يتحرك جسيم فى خط مستقيم من النقطة  $A = (1, -2)$  إلى النقطة  $B = (1, 3)$  تحت تأثير قوة  $\vec{F} = -\vec{e}_x - \frac{1}{y}\vec{e}_y$  ، والتحليل منسوب إلى اتجاهين متعامدين  $\vec{e}_x$  و  $\vec{e}_y$  ، و  $\vec{e}_x$  ،  $\vec{e}_y$  متجهها وحدة فى هذين الاتجاهين ، احسب الشغل المبذول بواسطة هذه القوة .

$$\begin{aligned} \vec{F} &= -\vec{e}_x - \frac{1}{y}\vec{e}_y \\ &= (-1, -\frac{1}{y}) \\ &= (-1, -\frac{1}{3}) \end{aligned}$$

(54) أثرت القوة  $\vec{F} = -4\vec{e}_x$  على جسيم فحركته من نقطة الأصل  $O = (0, 0)$  إلى النقطة  $A = (2, 0)$  على خط مستقيم ، ثم إلى النقطة  $B = (2, 7)$  على خط مستقيم أيضا ، أحسب الشغل المبذول بواسطة هذه القوة خلال كل من الازاحتين ، ثم اثبت أن مجموع الشغلين يساوى الشغل المبذول على الازاحة المحصلة .

$$\begin{aligned} \vec{F} &= -4\vec{e}_x \\ \vec{F} &= (-4, 0) \\ \vec{F} &= (-4, 0) \end{aligned}$$

(55) أثرت قوة  $\vec{F} = 2\vec{e}_x + 3\vec{e}_y$  على جسيم فكان متجه موضع الجسيم عند لحظة زمنية تتعين من العلاقة  $\vec{r} = (5 + t)\vec{e}_x + (4 + t^2)\vec{e}_y$  حيث  $\vec{e}_x$  ،  $\vec{e}_y$  متجهها الوحدة الاساسيين ، معيار  $\vec{F}$  بالنيوتن ووحدة المسافة بالمتر ، أحسب الشغل المبذول من القوة من  $t = 0$  إلى  $t = 5$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= 2\vec{e}_x + 3\vec{e}_y \\ \vec{F} &= (2, 3) \\ \vec{F} &= (2, 3) \end{aligned}$$



## الدرجة النهائية فى الديناميكا

(56) تحرك رجل صاعداً طريقاً مستقيماً يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ لمسافة ٣٠٠ متر ثم عاد أدراجه إلى نقطة البداية . احسب الشغل الذى بذلته قوة الوزن خلال الرحلة الكلية ، وإذا كانت قوة المقاومة لحركة الرجل تساوى ٢ ث . كجم طوال حركته ، عين الشغل الذى بذلته هذه القوة خلال الرحلة الكلية .

$$\left. \begin{array}{l} \text{شغل الوزن صاعداً له صافى} \\ \text{شغل الوزن هابطاً له صافى} \\ \text{شغل المقاومة صاعداً له صافى} \\ \text{شغل المقاومة هابطاً له صافى} \end{array} \right\} \text{شغل المقاومة صاعداً له صافى} = 0$$

(57) سيارة كتلتها ٦ طن تصعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{1}{2}$  ضد مقاومات تعادل ١٠ ث . كجم لكل طن من كتلة السيارة فاكستبت سرعة مقدارها ٦٣ كم / ساعة فى  $\frac{1}{4}$  ثانية ، احسب الشغل المبذول من هذه القوة .

أولاً : من قوة محرك السيارة .  
ثانياً : من قوى المقاومات .  
ثالثاً : من وزن السيارة .  
رابعاً : ضد وزن السيارة .

$$\begin{array}{l} \text{شغل الوزن صاعداً له صافى} \\ \text{شغل الوزن هابطاً له صافى} \\ \text{شغل المقاومة صاعداً له صافى} \\ \text{شغل المقاومة هابطاً له صافى} \end{array}$$

(58) وضع جسم عند قمة مستوى مائل خشن ارتفاعه متر فانزلق ووصل إلى قاعدة المستوى بسرعة ١٨٠ متر / دقيقة فإذا كانت كتلة ١٠٠ جم فأحسب الشغل المبذول ضد الاحتكاك .

$$\begin{array}{l} \text{شغل الوزن صاعداً له صافى} \\ \text{شغل الوزن هابطاً له صافى} \\ \text{شغل المقاومة صاعداً له صافى} \\ \text{شغل المقاومة هابطاً له صافى} \end{array}$$



## الدرجة النهائية في الديناميكا

القدرة : Power

القدرة =  $W$  ع

$$\frac{\text{م ش}}{\text{م}} = \text{القدرة}$$

القدرة هي المعدل الزمني لبذل الشغل

(59) | يتحرك جسم كتلته الوحدة وكان متجه ازاحته  $\vec{r}$  كدالة في الزمن هو

فـ =  $\frac{5}{4} \text{ م } - 3 \text{ م}$  حيث  $\overrightarrow{\text{م}}$  ،  $\overrightarrow{\text{م}}$  متجهها وحدة متعامدان وكان الجسم يتحرك تحت تأثير قوة

$\overline{19} = \overline{3} + \overline{4} = \overline{7}$       أوجد  $\frac{5}{4}$  (  $\overline{19} \odot \overline{7}$  ) عندما  $\overline{19} = \overline{3}$  ثوان .

$$(2(3)) \odot (13 - 5 \frac{0}{2} 6N) = 50 \frac{5}{2}$$

$$N_9 - {}^cN_1 = N_8 - {}^cN_1 + N_7 =$$

$$\# \quad 01 = 9 - 7 = 9 - 4 \times 2 = 9 - 8 = 1 = \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

٦٥) إذا كانت السرعة القصوى لدراجة على طريق أفقى هي ٢٤ كم / س ، فما هي المقاومة

التي تلاقيها ، علما بأن قدرة راكب الدراجة هي  $\frac{1}{6}$  حصان . وإذا كانت كتلة الرجل

ودراجته ٧٢ كجم ، فما هي أقصى سرعة يمكن أن تصعد بها الدراجة طريقاً منحدرًا عميل

على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{1}{19}$  إذا لم تتغير مقاومة الطريق للحركة .

$\therefore = \cos 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

فدع - ع - ل - ص - ع -

$$= \left( \frac{1}{2} \times 9.8 \times 10 \right) - \left( 100 \times 10 \right)$$

دوست زاد صبح #

$$f_{xv} = \bar{e} \bar{v} \quad | \quad f = v$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \chi} = 2 \chi = 2 \times 10 \times \frac{1}{6}$$

۱۲۰ = ۱۰۰ سوئمنے

م - ۱۵۹۹ سوئے

## الدرجة النهائية في الديناميكا

(61) تجر قاطرة قدرة آلتها ٤٠٠ حصان قطارا بسرعة ٧٢ كم / س على أرض أفقية . إحسب

المقاومة لحركة القطار ، إذا كانت كتلة القطار والقاطرة معا ٢٠٠ طن ، أوجد أقصى سرعة

يصعد بها القطار طريقا منحدرًا يميل على الأفقي بزاوية جيبها  $\frac{1}{4}$  على فرض أن مقاومة

الطريق للحركة لم تتغير .

$$\sigma_X \approx \bar{\sigma}_X$$

$$\frac{D}{1\lambda} \times V_C \times \lambda^2 = V_{C0} \times \Sigma \dots$$

۱۷۰۰ ثبوت ہے

عبدالصمد رشید

فہم - لفظ =

فريح - ع - لاصوع :-

$$= \frac{1}{6} \times 9 \times 10^3 \times 100 - \left( 12 \times 10^3 - 130 \times 10^3 \right)$$

تاریخ: ۱۴۰۲/۰۵/۰۵

(62) محرك طائرة صغيرة يشتغل بمعدل ٢٥٠٠ ث كجم . متر / ث حينما تسير الطائرة

بسرعة ٩٠ كم / ساعة فإذا كانت مقاومات الحركة للطائرة تتناسب مع مربع سرعتها ،

فأوجد القدرة المبذولة عندما تسير الطائرة بسرعة ١٣٥ كم / ساعة في نفس الظروف .

العدد =  $\frac{\text{كلم م. ا. ا.}}{\frac{\text{Com}}{9,8}}$  ينوش م. ا. ا.

الدقة =  $\frac{1}{\sqrt{14}}$

$$\frac{10}{17} \times 9 \cdot x = \frac{2011}{9,17}$$

$$9 = \frac{5m}{29} \Rightarrow m = 121$$

٢٤٢

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\left(\frac{0}{12} \times 9\right)}{1} = \frac{\frac{0}{54}}{1}$$

مستقیم، ۲

~~##~~  $c \in \mathcal{C} = \overline{\mathcal{C}}$



## الدرجة النهائية في الديناميكا

(63) تسير سيارة كتلتها ٢.٧ طن على طريق أفقى بأقصى سرعة لها ١٠٠ كم / ساعة وعندما وصلت إلى منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيب قياسها  $\frac{1}{4}$  أوقف السائق المحرك فتحركت إلى أسفل المنحدر بنفس السرعة ، فإذا كانت المقاومة ثابتة ، فأوجد قدرة المحرك بالحصان .

$$\begin{aligned} & -م - + ل د ص هـ = ل هـ ر \\ & -ع م + ل د ص هـ = - \\ & -ع م = ل د ص هـ = ل هـ ر \end{aligned}$$

(64) هبطت شاحنة كتلتها ٢ طن على طريق منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{1}{4}$  من موقع أ إلى موقع ب بأقصى سرعة وقدرها ٤٥ كم / س .  
إحسب قدرة محرك السيارة إذا علمت ان مقاومة الطريق لحركتها تقدر بنسبة ١٣ ٪ من وزن السيارة ، حملت السيارة عند وصولها إلى الموقع ب بشحنة كتلتها  $\frac{1}{4}$  طن ثم تحركت صاعدة الطريق الى الموقع أ بأقصى سرعة ، أوجد هذه السرعة إذا ظلت المقاومة على نفس نسبتها من الوزن .

$$\begin{aligned} & -م - + ل د ص هـ = - \\ & -ع م - + ل د ص هـ = - \\ & \text{المقدرة ببقية} - \frac{1}{4} \times 10 \times 9.8 - \frac{1}{4} \times 10 \times 9.8 \times \frac{1}{4} \\ & \text{مستوى الصريح} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -م - + ل د ص هـ = - \\ & -ع م - + ل د ص هـ = - \\ & -ع م = ل د ص هـ = ل هـ ر \\ & \text{الدرجة المطلوبة} \end{aligned}$$

$$-ع م \times \frac{1}{4} - ل د ص هـ = -$$

$$-ع م \times \frac{1}{4} - ل د ص هـ = -$$

## الدرجة النهائية فى الديناميكا

طاقة الحركة : Kinetic Energy

$$ط = \frac{1}{2} م \|\vec{v}\|^2 = \frac{1}{2} م v^2$$

(65) انطلقت قذيفة مقدارها ٣ كجم من مدفع بسرعة  $\vec{v} = 2000 \text{ م/ث} + 2000 \text{ م/ث}$  حيث  $\vec{v}_x = 2000 \text{ م/ث}$  ،  $\vec{v}_y = 2000 \text{ م/ث}$  متجهها وحدة متعامدان ومقدار السرعة يقاس بوحدة سم / ث . عين طاقة حركة القذيفة لحظة انطلاقها.

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y = 2000 \text{ م/ث} + 2000 \text{ م/ث} = 2828 \text{ م/ث}$$

$$ط = \frac{1}{2} م v^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times (2828)^2 = 12000000 \text{ جول}$$

(66) وضع جسم كتلته ٣٠٠ جم عند قمة مستو مائل ارتفاعه ١ متر . أحسب السرعة التى يصل بها هذا الجسم إلى قاعدة المستوى علما بأن مقدار الشغل الذى بذلته قوة مقاومة المستوى للحركة يساوى ١.٥٩ جول .

$$ط_ف = ٣٠٠ \times ٩.٨ + ١.٥٩ = ٢٩٤٠.٥٩ \text{ جول}$$

$$ط_ف = \frac{1}{2} م v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \times ٢٩٤٠.٥٩}{٣٠٠}} = ١٩.٨ \text{ م/ث}$$

$$ط - ط = ش$$

مبدأ الشغل والطاقة : Principle of work and energy

(67) أطلقت رصاصة أفقياً بسرعة ٧٠٠ متر / ث على قطعة من الخشب فاستقرت فيها على عمق ٨ سم . اذا أطلقت رصاصة مشابهة بنفس السرعة على هدف ثابت من نفس الخشب سمكه ٦ سم ، فما هى السرعة التى تخرج بها الرصاصة من الهدف بفرض أن المقاومة ثابتة .

$$ط_ف = \frac{1}{2} م v^2 = ١٢٠٠ \text{ جول}$$

$$ط_ف = \frac{1}{2} م v^2 = ١٢٠٠ \text{ جول}$$

$$١٢٠٠ = \frac{1}{2} \times ٧٠٠ \times v^2 \Rightarrow v = ١٨.١٨ \text{ م/ث}$$

اعداد الاستاذ/ابراهيم الاحمدى ابراهيم ❖❖❖ معلم خبير الرياضيات ❖❖❖ 0112 093 0112



## الدرجة النهائية فى الديناميكا

68) أطلقت رصاصة من بندقية بسرعة ٨٠٠ متر / ث على حاجز خشبى سميك فاستقرت داخله على عمق ٨ سم من السطح . فإذا أطلقت رصاصة أخرى من البندقية نفسها على حاجز مصنوع من نفس مادة الحاجز الأول وسمكه ٦ سم فاخترقته . أوجد سرعة الرصاصة لحظة خروجها من الحاجز ، علماً بأن مقاومة الخشب لحركة الرصاصة واحدة فى الحالتين .

نفس التمرين بعد

69) تتحرك كرتان كتلتاهما ٣٠ جم ، ٩٠ جم فى خط مستقيم واحد على نضد أفقى أملس وفى اتجاهين متضادين بسرعتين مقدارهما ٥٠ سم / ث ، ٣٠ سم / ث على الترتيب ، فإذا كونت الكرتان جسماً واحداً بعد التصادم . فاحسب سرعة هذا الجسم وطاقة الحركة المفقودة بالتصادم .

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

$$30 \times 90 - 50 \times 30 = (30 + 90) v$$

$$- 2700 = 120 v$$

$$v = - 22.5 \text{ سم / ث}$$

طاقة الحركة المفقودة = مجموع الطاقات قبل - مجموع الطاقات بعد

$$= \left[ \frac{1}{2} \times 30 \times 90^2 + \frac{1}{2} \times 50 \times 30^2 \right] - \left[ \frac{1}{2} \times 120 \times 22.5^2 \right]$$

## الدرجة النهائية فى الديناميكا

( سقطت كرة كتلتها ١٠٠ جم من ارتفاع ٣.٦ مترا على أرض أفقية ، فاصطدمت بالأرض وارتدت رأسياً إلى أعلى . فإذا بلغ النقص فى طاقة حركتها نتيجة للاصطدام بالأرض ١.٩٦ جول . أوجد المسافة التى ارتدتها الكرة عقب تصادمها بالأرض .

$$١. \text{ قبل الاصطدام } E = E' = ٠.٤ + ٠.٤ = ٠.٨ \text{ جول}$$

$$٢. \text{ بعد الاصطدام } E = E' = ٠.٤ - ٠.٤ = ٠ \text{ جول}$$

$$\text{النقص فى طاقة الحركة} = ١.٩٦ = \text{ط - ط}'$$

$$١.٩٦ = \frac{1}{2} E - \frac{1}{2} E'$$

$$١.٩٦ = \frac{1}{2} \times ٠.٨ \times ١٠٠ - \frac{1}{2} \times ٠.٨ \times ١٠٠ \times ٠.٨$$

١. أسقطت مطرقة كتلتها طن واحد من ارتفاع ٤.٩ مترا رأسياً على عمود من أعمدة الأساس كتلته ٤٠٠ كجم فتدكه رأسياً فى الأرض لمسافة ١٠ سم . عين السرعة المشتركة للمطرقة والجسم بعد الاصطدام مباشرة ، عين أيضاً طاقة الحركة المفقودة بالتصادم وكذا مقاومة الأرض.

$$٢. \text{ قبل الاصطدام } E = E' = ٠.٤ + ٠.٤ = ٠.٨ \text{ جول}$$

$$٣. \text{ بعد الاصطدام } E = E' = ٠.٤ - ٠.٤ = ٠ \text{ جول}$$

$$٤. \text{ نقص فى طاقة الحركة} = ١.٩٦ = \text{ط - ط}'$$

$$١.٩٦ = \frac{1}{2} E - \frac{1}{2} E'$$

$$١.٩٦ = \frac{1}{2} \times ٠.٨ \times ١٠٠ - \frac{1}{2} \times ٠.٨ \times ١٠٠ \times ٠.٨$$

$$١.٩٦ = \frac{1}{2} \times ٠.٨ \times ١٠٠ - \frac{1}{2} \times ٠.٨ \times ١٠٠ \times ٠.٨$$

$$١.٩٦ = \frac{1}{2} \times ٠.٨ \times ١٠٠ - \frac{1}{2} \times ٠.٨ \times ١٠٠ \times ٠.٨$$