

**Examen: Physique des plasmas**

**Exercice 1:**

Calculer la longueur de Debye  $\lambda_D$  ainsi que la fréquence de collision  $w_p$  pour les plasmas suivants :

Plasmas d'argon ( $n_e = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_e = 1 \text{ eV}$ )

Plasmas de fusion d'hydrogène ( $n_e = 10^{20} \text{ m}^{-3}$ ,  $T_e = T_i = 10 \text{ Kev}$ )

Aurore polaire (Aurores boréales) ( $n_e = 10^9 \text{ m}^{-3}$ ,  $T_e = 1000 \text{ C}$ )

Données :  $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ ,  $m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ m}^{-1} \text{ J}^{-1}$ ,  
 $1 \text{ J} = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$ ,  $K_B = 1.380 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $1 \text{ eV} = 11604,52 \text{ K}$

**Exercice 2:**

Un électron de masse  $m_e \approx 10^{-30} \text{ Kg}$  et de charge  $e \approx -2 \times 10^{-19} \text{ C}$  pénètre, avec un vecteur vitesse  $\vec{v}_0$ , dans une région où règnent un champ électrostatique  $\vec{E}$  et un champ magnétostatique  $\vec{B}$  uniforme, orthogonaux entre eux et à  $\vec{v}_0$ . Précisément, dans la base directe  $\{\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}$  du repère cartésien ( $Oxyz$ ).  $\vec{E} = E\vec{e}_x$ ,  $\vec{B} = B\vec{e}_y$ ,  $\vec{v} = v_0\vec{e}_z$ ;  $E$ ,  $B$  et  $v_0$  étant positifs. La norme  $v_0$  de sa vitesse est de  $1000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

- 1- On considère dans un premier temps que  $B = 0$ , de sorte que l'électron n'est soumis qu'au champ électrique  $\vec{E}$ . Quelle est l'équation vectorielle du mouvement ? Dans les propositions ci-dessous,  $\vec{a}$  est le vecteur accélération

$$\vec{a} = \frac{e\vec{E}}{m_e}; \quad \vec{a} = \frac{\vec{E}}{em_e}; \quad \vec{a} = -em_e\vec{E}; \quad \vec{a} = -\frac{e\vec{E}}{m_e}$$

- 2- Quelles sont la nature et l'équation de la trajectoire de l'électron ?

- a) La trajectoire est une portion de parabole d'équation  $\frac{e\vec{E}}{m_e} \left(\frac{z}{v_0}\right)^2$   
b) La trajectoire est une portion de parabole d'équation  $-\frac{e\vec{E}}{2m_e} \left(\frac{z}{v_0}\right)^2$

- 3- On considère maintenant  $E = 0$  et  $B \neq 0$ , l'électron pénètre donc dans une zone où règne un champ magnétostatique uniforme. Donner l'expression de la force de Lorentz  $\vec{F}_L$  qui s'exerce sur l'électron au moment où il pénètre dans la région du champ

- (a)  $\vec{F}_L = v_0\vec{B}$ . (b)  $\vec{F}_L = -e v_0\vec{B}$ . (c)  $\vec{F}_L = e v_0\vec{B}$ . (d)  $\vec{F}_L = -v_0\vec{B}$ .

- 4- On a maintenant  $E \neq 0$  et  $B \neq 0$ . Pour quel rapport  $E/B$  le mouvement de l'électron est-il rectiligne et uniforme ?

- (a)  $E/B = v_0$ . (b)  $E = B$ . (c)  $B/E = v_0$ . (d) On ne peut pas le déterminer.

**Exercice 3:**

En présence d'un champ électrique, chaque électron est soumis à une force proportionnelle au champ électrique :  $\vec{F} = -e\vec{E} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$ .

On écrira par respectivement :  $\vec{v} = v_0 \exp(-i\omega t)$  et  $\vec{J} = \vec{J}_0 \exp(-i\omega t)$

Trouver la notion de milieu ohmique qui relie  $\vec{E}$  avec  $\vec{J}$ , sachant que la densité du courant  $\vec{J} = -ne\vec{v}$ .



# Correction d'examen Physique des plasmas

## Exercice 1 (7P)

Calcul de la longueur de Debye  $\lambda_D$  et la fréquence de collision  $\omega_p$

plasmas d'argon ( $n_e = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_e = 1 \text{ eV}$ )

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{q_e^2 n_e}} \quad (0,2)$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e q_e^2}{\epsilon_0 m_e}} \quad (0,1)$$

$$\lambda_{D1} = 23,52 \times 10^{-6} \text{ m} \quad (N)$$

$$\omega_{p1} = 17,6 \times 10^9 \text{ s}^{-1} = 17,6 \text{ GHz} \quad (N)$$

$$\lambda_{D2} = 74,110 \text{ nm} \quad (N)$$

$$\omega_{p2} = 0,55 \times 10^{12} \text{ s}^{-1} \quad (N)$$

$$\lambda_{D3} = 77,93 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (N)$$

$$\omega_{p3} = 0,17 \times 10^7 \text{ s}^{-1} \quad (N)$$

## Exercice 2

1/  $\vec{B} = \vec{0}$   $\vec{E} \neq 0 = E \vec{e}_x$

$$\vec{F} = q \vec{E} \Rightarrow m \vec{a} = -e \vec{E} \quad (0,1)$$

$$\vec{a} = \frac{-e \vec{E}}{m} \quad (0,1)$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -\frac{eE}{m} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{e}_x \quad \Rightarrow \vec{V} = \begin{pmatrix} V_x = -\frac{eEt}{m} + C_1 \\ V_y = C_2 \\ V_z = C_3 \end{pmatrix} \vec{e}_i \quad (0,2)$$

Comme à  $t=0$   $\vec{V}_0 = V_0 \vec{e}_z$ , il vient  $C_3 = V_0$ ,  $C_1 = C_2 = 0$  (0,2)

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_x = -\frac{eEt}{m} \\ 0 \\ V_0 \end{pmatrix} \vec{e}_i \quad \Rightarrow \vec{OM} = \begin{pmatrix} x = -\frac{eE}{2m} t^2 \\ y = C_2 \\ z = V_0 t + C_3 \end{pmatrix} \vec{e}_i \quad (0,2)$$

Comme à  $t=0$ ,  $\vec{OM} = \vec{0}$ , il vient  $C_1 = C_2 = C_3 = 0$  (0,2)

$$\Rightarrow \vec{OM} = \begin{pmatrix} x = -\frac{eE}{2m} t^2 \\ y = 0 \\ z = V_0 t \end{pmatrix} \vec{e}_i \quad (0,2)$$

l'équation cartésienne de la trajectoire est:  $-\frac{eE}{2me} \left(\frac{3}{V_0}\right)^2$  (0,1)

2/  $\vec{E} = 0$ ,  $\vec{B} \neq \vec{0}$ ,  $\vec{B} = B \vec{e}_y$

$$\vec{F}_2 = q \vec{v}_0 \wedge \vec{B} = -e \vec{v}_0 \wedge B \quad (0,1)$$

$$= -e \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ v_0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ B \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{F}_2 = -e v_0 B \vec{e}_x \quad (0,1)$$

3/  $\vec{E} = \vec{0}$ ,  $\vec{B} \neq \vec{0}$

pour obtenir un mouvement d'électron rectiligne et uniforme, il faut que  $\vec{a} = \vec{0}$  (0,1)

$$\vec{F}_L = -q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow q\vec{E} + q\vec{v}_0 \wedge \vec{B} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow q\|\vec{E}\| = q\|\vec{v}_0 \wedge \vec{B}\|$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{E}{B}$$

### Exercice 3

4P

$$\vec{F} = -e\vec{E} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{v}(t) = v_0 \exp(-i\omega t)$$

$$\vec{j}(t) = j_0 \exp(-i\omega t)$$

on a

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -i\omega m \vec{v} = -e\vec{E}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = -\frac{ie}{m\omega} \vec{E}$$

On sait que

$$\vec{j} = -en\vec{v} = \frac{ine^2}{m\omega} \vec{E}$$

la notion de milieu ohmique est

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{ine^2}{m\omega}$$