

Thời gian: 180 phút



**Câu 1 (2đ)** Cho hàm số  $y = f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 2$  có đồ thị là (C).

a, Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b, Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ thỏa mãn

$$f''(x) = 18.$$

**Câu 2 (1đ)**

a, Cho  $\cos x = -\frac{3}{5}, (\pi < x < \frac{3\pi}{2})$ . Tính giá trị của  $\sin(x - \frac{\pi}{6})$ .

b, Giải phương trình  $4^{x^2-2x} + 3 \cdot 2^{x^2-2x} - 4 = 0 \quad (x \in \mathbb{R})$ .

**Câu 3 (1đ)**

a, Tìm môđun của số phức  $z$ , biết rằng  $(1 - 2i)z - \frac{9+7i}{3-i} = 5 - 2i$ .

b, Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^4$  trong khai triển nhị thức Niu-ton của

$$\left(x^2 - \frac{2}{\sqrt{x^2}}\right)^{10} \text{ với } x > 0.$$

**Câu 4 (1đ)** Tính tích phân  $I = \int_1^e \left(\frac{2x+\ln x+1}{x}\right) dx$

**Câu 5 (1đ)** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $BC = 2a$ ,  $AB = a$  và mặt bên  $BB'C'C$  là hình vuông. Tính theo  $a$  thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA', BC'$ .

**Câu 6 (1đ)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD. Biết điểm A có tung độ dương, đường thẳng AB có phương trình  $3x + 4y - 18 = 0$ , điểm  $M\left(\frac{21}{4}; -1\right)$  thuộc cạnh BC, đường thẳng AM cắt đường thẳng CD tại N thỏa mãn  $BM \cdot DN = 25$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông ABCD.

**Câu 7 (1đ)** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm  $A(2; -2; 1)$ , đường thẳng

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$  và mặt phẳng (P):  $x - 2y - z - 3 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng qua điểm A, song song với đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P).

**Câu 8 (1đ)** Giải bất phương trình  $\sqrt{4x^2 + 3} + 6x - 1 \geq \sqrt{4x^2 + 15} \quad (x \in \mathbb{R})$ .

**Câu 9 (1đ)** Cho các số thực không âm  $x, y, z$  thỏa mãn  $x \geq y \geq z$  và  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = 2xy + 8yz + 5zx + \frac{10}{x+y+z}$

<http://dethithu.net>

## ĐÁP ÁN

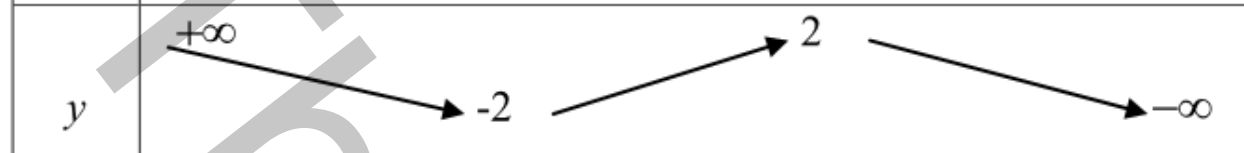
### Câu 1

a. \* Tập xác định  $D = \mathbb{R}$

$$*y' = -3x^2 + 12x - 9, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \quad 0,25đ$$

\* Giới hạn :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$

\* Bảng biến thiên :

$x$	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$y'$		-	0	+	0	-	
$y$	$+\infty$						

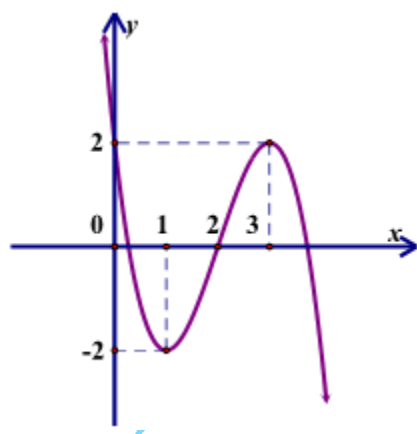
0,25đ

\*Kết luận :

- Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(3; +\infty)$ ; đồng biến trên khoảng  $(1; 3)$ .

- Hàm số đạt cực đại tại  $x = 3, y_{CD} = 2$ ; đạt cực tiểu tại  $x = 1, y_{CT} = -2$  0,25đ

\* Đồ thị :



0,25đ

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ thỏa mãn  $f''(x) = 18$

$$\text{Ta có } f''(x) = -3x^2 + 12x - 9 \Rightarrow f''(x) = -6x + 12 \quad 0,25đ$$

$$\text{Theo giả thiết thì } f''(x) = 18 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 18 \quad 0,25đ$$

$$f'(x) = -3x^2 + 12x - 9 \Rightarrow f'(-1) = -24 \quad 0,25đ$$

<http://dethithu.net>

Vậy phương trình tiếp tuyến là :  $y = -24(x + 1) + 18$  hay  $y = -24x - 6$  0,25đ

**Câu 2**

a) Ta có :  $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$ . Vì  $(\pi < x < \frac{3\pi}{2})$  nên

$$\sin x = -\frac{4}{5} \text{ 0,25đ}$$

Khi đó :  $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \cos x$

$$= -\frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3-4\sqrt{3}}{10} \text{ 0,25đ}$$

b) Phương trình  $4^{x^2-2x} + 3 \cdot 2^{x^2-2x} - 4 = 0$  (\*) có thể viết lại là :

$$2^{2(x^2-2x)} + 3 \cdot 2^{x^2-2x} - 4 = 0$$

$$\text{Đặt } t = 2^{x^2-2x} (t > 0)$$

$$\text{Phương trình (*) trở thành } t^2 + 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -4 \end{cases} \text{ 0,25đ}$$

So với điều kiện thì  $t = 1$  thỏa , khi đó  $2^{x^2-2x} = 1$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \text{ 0,25đ}$$

**Câu 3**

a) Ta có :  $(1 - 2i)z - \frac{9+7i}{3-i} = 5 - 2i \Leftrightarrow (1 - 2i)z = 7 + i$  0,25đ

$$\Leftrightarrow z = \frac{7+i}{1-2i} = 1 + 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{10} \text{ 0,25đ}$$

b) Số hạng tổng quát có dạng là  $C_{10}^k (x^2)^{10-k} \left(\frac{-2}{\sqrt{x^2}}\right)^k = C_{10}^k x^{20-\frac{8}{3}k} \cdot (-2)^k$ ,  
( $0 \leq k \leq 10$ ) 0,25đ

Theo giả thiết , số hạng tổng quát chứa  $x^4$  khi và chỉ khi  $20 - \frac{8}{3}k = 4 \Leftrightarrow k = 6$

Vậy hệ số của số hạng chứa  $x^4$  là :  $a = C_{10}^6 (-2)^6 = 13440$  0,25đ

**Câu 4**

$$I = \int_1^e 2dx + \int_1^e \frac{\ln x + 1}{x} dx$$

$$*I_1 = \int_1^e 2dx = (2x) \Big|_1^e = 2e - 2 \text{ 0,25đ}$$

$$*I_2 = \int_1^e \frac{\ln x + 1}{x} dx, \text{ đặt } t = \ln x + 1 \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx;$$

<http://dethithu.net>

<http://dethithu.net>

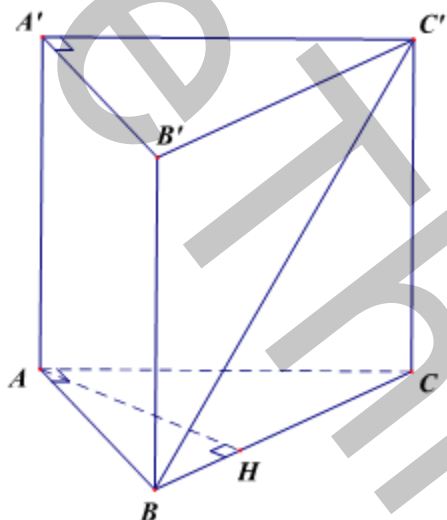
$$x = 1 \Rightarrow t = 1; x = e \Rightarrow t = 2 \quad 0,25đ$$

$$I_2 = \int_1^2 t dt = \frac{t^2}{2} \Big|_1^2 = \frac{3}{2} \quad 0,25đ$$

$$\text{Vậy } I = 2e - 2 + \frac{3}{2} = 2e - \frac{1}{2} \quad 0,25đ$$

<http://dethithu.net>

**Câu 5**



<http://dethithu.net>

Ta có tam giác ABC vuông tại A nên  $AC = \sqrt{BC^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \quad 0,25đ$$

Vì  $BB'C'C$  là hình vuông nên  $BB' = BC = 2a$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot BB' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot 2a = a^3\sqrt{3} \quad (\text{đvtt}) \quad 0,25đ$$

Vì  $AA' \parallel BB'$  nên  $AA' \parallel (BB'C'C)$ . Do đó

$$d(AA', BC') = d(AA', (BB'C'C)) = d(A, (BB'C'C)).$$

Dựng  $AH \perp BC$  ( $H$  thuộc  $BC$ ). Khi đó  $AH \perp BC$  và  $AH \perp BB'$

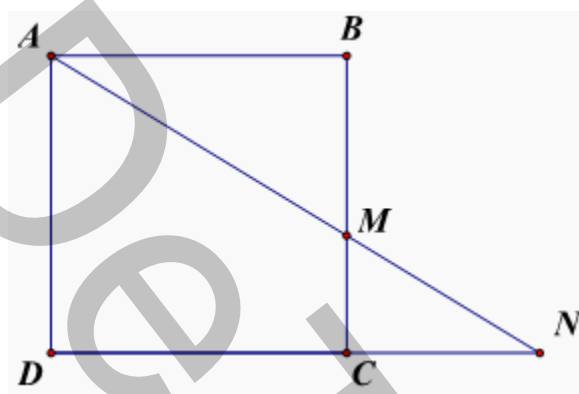
$$\text{Suy ra } AH \perp (BB'C'C). \text{ Suy ra } d(A, (BB'C'C)) = AH \quad 0,25đ$$

<http://dethithu.net>

$$\text{Xét tam giác vuông } ABC, \text{ ta có } AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } d(AA', BC') = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad 0,25đ$$

**Câu 6**



<http://dethithu.net>

Đường thẳng BC qua M và vuông góc với AB nên :

BC :  $4x - 3y - 24 = 0$  . Khi đó , tọa độ B là nghiệm của hệ :

$$\begin{cases} 4x - 3y - 24 = 0 \\ 3x + 4y - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow B(6; 0) \quad 0,25đ$$

Ta thấy các tam giác sau đồng dạng với nhau  $\Delta MBA \sim \Delta MCN \sim \Delta ADN$

$$\text{Suy ra } \frac{MB}{AB} = \frac{MC}{NC} = \frac{AD}{ND} \Rightarrow MB \cdot ND = AB \cdot AD$$

Suy ra  $25 = AB^2$  hay cạnh của hình vuông bằng 5 .

$$\text{Gọi } A(4a + 6; -3a) \in AB, \text{ khi đó } 25 = AB^2 \Leftrightarrow 16a^2 + 9a^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$$

Vì điểm A có tung độ dương nên  $A(2; 3)$ .  $0,25đ$

Phương trình đường thẳng CD có dạng  $3x + 4y + m = 0$  ( $m \neq -18$ )

$$\text{Vì cạnh hình vuông bằng 5 nên } d(B, CD) = \frac{|18+m|}{5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -43 \end{cases}$$

\*Với  $m = 7$  , pt CD :  $3x + 4y + 7 = 0$  , khi đó tọa độ C là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 4x - 3y - 24 = 0 \\ 3x + 4y + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow C(3; -4) \text{ ( thỏa vì } MC < 5 \text{ )}$$

Suy ra tọa độ  $D(-1; -1)$   $0,25đ$

<http://dethithu.net>

\*Với  $m = -43$ , pt CD  $3x + 4y - 43 = 0$  , khi đó tọa độ C là nghiệm của hệ :

$$\begin{cases} 4x - 3y - 24 = 0 \\ 3x + 4y - 43 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow C(9; 4) \text{ ( không thỏa vì } MC > 5 \text{ ) } \quad 0,25đ$$

<http://dethithu.net>

### Câu 7

Ta có :  $\vec{u_d} = (1; 2; 1)$  là VTCP của đường thẳng d . 0,25đ

$\vec{n_{(P)}} = (1; -2; -1)$  là VTPT của mặt phẳng (P) 0,25đ

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm theo giả thiết thì  $[\vec{u_d}, \vec{n_{(P)}}] = (0; -2; 4)$  là VTPT của mặt phẳng (Q) 0,25đ

Phương trình mp (Q) :  $0(x - 2) - 2(y + 2) + 4(z - 1) = 0$

Hay :  $y - 2z + 4 = 0$  0,25 đ

<http://dethithu.net>

### Câu 8

ĐK :  $x \in R$  . Với điều kiện này thì bất phương trình đã cho tương đương :

$$\sqrt{4x^2 + 3} - 2 + 6x - 3 + 4 - \sqrt{4x^2 + 15} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x^2 - 1}{\sqrt{4x^2 + 3} + 2} + 3(2x - 1) + \frac{1 - 4x^2}{4 + \sqrt{4x^2 + 15}} \geq 0 \quad 0,25đ$$

$$\Leftrightarrow (2x - 1) \left( \frac{2x + 1}{\sqrt{4x^2 + 3} + 2} + 3 - \frac{2x + 1}{4 + \sqrt{4x^2 + 15}} \right) \geq 0 \quad 0,25đ$$

Ta có :

$$\sqrt{4x^2 + 3} + 6x - 1 \geq \sqrt{4x^2 + 15} \Leftrightarrow 6x - 1 \geq \sqrt{4x^2 + 15} - \sqrt{4x^2 + 3} > 0 \quad 0,25đ$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{1}{6} \Rightarrow 2x + 1 > 0$$

$$\text{Vì } \sqrt{4x^2 + 3} + 2 < 4 + \sqrt{4x^2 + 15} \text{ nên } \frac{2x + 1}{\sqrt{4x^2 + 3} + 2} - \frac{2x + 1}{4 + \sqrt{4x^2 + 15}} > 0$$

$$\text{Do đó } \frac{2x + 1}{\sqrt{4x^2 + 3} + 2} + 3 - \frac{2x + 1}{4 + \sqrt{4x^2 + 15}} > 0 \quad 0,25đ$$

<http://dethithu.net>

$$\text{Khi đó } (2x - 1) \left( \frac{2x + 1}{\sqrt{4x^2 + 3} + 2} + 3 - \frac{2x + 1}{4 + \sqrt{4x^2 + 15}} \right) \geq 0 \Leftrightarrow 2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$$

**Kết hợp với điều kiện , nghiệm của bất phương trình là  $x \geq \frac{1}{2}$**  0,25đ

### Câu 9

$$\text{Ta có : } A = (x + y + z)^2 - 3 + 3xz + 6yz + \frac{10}{x + y + z}$$

$$0 \leq 3xz + 6yz = 3z(x + 2y) \leq \left( \frac{3z + x + 2y}{2} \right)^2 \leq (x + y + z)^2$$

$$(x + y + z)^2 - 3 + \frac{10}{x+y+z} \leq A \leq 2(x + y + z)^2 - 3 + \frac{10}{x+y+z} \quad 0,25đ$$

Đặt  $t = x + y + z$

$$\Rightarrow 3 = x^2 + y^3 + z^2 \leq (x + y + z)^2 \leq 3(x^2 + y^3 + z^2) = 9$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \leq t \leq 3$$

$$\text{Và } t^2 - 3 + \frac{10}{t} \leq A \leq 2t^2 - 3 + \frac{10}{t} \quad 0,25đ$$

Xét hàm số :  $f(t) = t^2 + \frac{10}{t} - 3$  trên  $D = [\sqrt{3}; 3]$ ,  $f'(t) = 2t - \frac{10}{t^2} = \frac{2t^3 - 10}{t^2} > 0, \forall t \in D$

$\Rightarrow f(t)$  luôn đồng biến trên  $D \Rightarrow A \geq \min_D f(t) = f(\sqrt{3}) = \frac{10}{\sqrt{3}}$ , dấu đẳng thức xảy ra

$$\text{khi và chỉ khi } \begin{cases} z(x + 2y) = 0 \\ x + y + z = \sqrt{3} \\ x^2 + y^3 + z^2 = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow y = z = 0, x = \sqrt{3} (x \geq y \geq z)$$

Giá trị nhỏ nhất của  $A$  là  $\frac{10}{\sqrt{3}}$ , đạt được khi  $y = z = 0, x = \sqrt{3}$  0,25đ

Xét hàm số :  $g(t) = 2t^2 + \frac{10}{t} - 3$  trên  $D = [\sqrt{3}; 3]$ ,  $g'(t) = 4t - \frac{10}{t^2}$

$$= \frac{4t^3 - 10}{t^2} > 0, \quad \forall t \in D$$

$\Rightarrow g(t)$  luôn đồng biến trên  $D \Rightarrow A \leq \min_D g(t) = g(3) = \frac{55}{3}$ , dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi :

$$\begin{cases} 3z = x + 2y \\ x + y + z = 3 \\ x^2 + y^3 + z^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 1$$

Vậy giá trị lớn nhất của  $A$  là  $\frac{55}{3}$ , đạt được khi  $x = y = z = 1$  0,25đ

Tham gia Group **ÔN THI ĐH TOÁN - ANH** trên Facebook để cùng nhau học tập: <http://facebook.com/groups/onthidhtoananhvan>

Like fanpage để cập nhập thêm nhiều đề thi thử, tài liệu ôn thi tất cả các môn : <http://facebook.com/dethithu.net>