GPM

Grand prof de Maths

Cours 3e APC

Édition : août 2018

MODULE 1 : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS.

CHAPITRE 1 : ARITHMETIQUE **Durée : 2 périodes**

COMPETENCES ATTENDUES : Représenter, déterminer des quantités et identifier des objets par des nombres.

Objectifs pédagogiques :

-Déterminer le PGCD, à l'aide de l'algorithme des soustraction et l'algorithme d'Euclide.
-Utiliser la relation entre le PGCD et le PPCM
-Résoudre des problèmes simples faisant appel au PGCD et au PPCM.

Motivation :
- Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel au PGCD et PPCM.
- Communiquer des informations comportant des nombres.

Pré-requis :
1-Definir nombre premier
2-Donner les diviseurs de 24 et 36
3-Decomposer en facteur de nombre premier les nombres suivants : 24 et 36
4-Determiner le pgcd et le ppcm de 24 et 36

Situation problème

Un marchand vient de recevoir de son livreur 1240 bonbons et 320 chocolats. Il souhaite faire le plus grand nombre de paquets identiques en utilisant tous les bonbons et chocolats.
Aidez-le à trouver le nombre de paquets qu'il pourra faire.
Aidez-le à déterminer le nombre de bonbons et de chocolats que contient chaque paquet.

Activité d'apprentissage :
1-Decomposer en facteur de nombres premiers les nombres 1326 et 546
2-En déduire le pgcd et le ppcm de 1326 et 546
3-completer le tableau suivant avec $a > b$:

a	b	a-b
1326	546	780
780	546	234
546	234	

4-Comparer le dernier résultat non nul de a-b avec le résultat du PGCD trouvé à la question 2.
5-Faire le calcul suivant : $p = \frac{1326 \times 546}{PGCD}$ et comparer le résultat a la valeur du PPCM trouvé à la question 2.

Résumé :

1-Division euclidienne

Soient a et b deux nombres entiers naturels avec $b \neq 0$. Effectuer la division euclidienne de a par b, c'est trouver le couple unique (q,r) tel que $a = b \times q + r$. Avec $r < b$.

a : est appelé dividende ; b : est le diviseur ; q : est le quotient entier ; r : est le reste de la division.

Exemple d'application

Faire la division de 51 par 6.

2-PGCD DE DEUX NOMBRES ENTIERS

2-1) Définition

On dit que d est un diviseur commun de deux nombres entiers a et b si d divise à la fois a et b.

On appelle PGCD de deux nombre entiers a et b, le plus grand diviseur commun de a et b. On note PGCD (a ;b).

Propriétés

Considérons deux nombres entiers a et b.

P1 : PGCD (a ;b) = PGCD(b ;a)

P2 : PGCD (a ;a)=a

P3 : PGCD (a ;1) = 1

P4 : PGCD (a ;b)=b si b divise a. Exemple : PGCD(12 :6)=6 car 6 divise 12.

2-2) Méthodes pour obtenir le PGCD de deux nombres entiers naturels

Un algorithme est une suite d'opération à effectuer.

Un algorithme itératif est un algorithme dans lequel on répète plusieurs fois la même action.

2-2-1) Algorithme des soustractions

C'est un algorithme itératif qui consiste à effectuer des soustractions successives. Le dernier résultat des soustractions non nul est le PGCD.

Cette méthode repose sur la propriété suivante : PGCD (a ;b) = PGCD (b ; a-b) avec $a > b$.

Exemple : Déterminer le PGCD de 578 et 408. De 45 et 16.

a	b	a-b
578	408	170
408	170	238
238	170	68
170	68	102
102	68	34
68	34	34
34	34	0

PGCD (578 ;408) = 34

2-2-2) Algorithme d'Euclide ou algorithme des divisions

C'est un algorithme itératif qui consiste à effectuer une succession de division euclidienne.
Il repose sur la propriété suivante : soient a et b deux nombres entiers naturels non nuls.
Si $a = b \times q + r$ alors PGCD (a ;b) = PGCD (b ; r). Où r est le reste de la division euclidienne de a par b.
Remarque : Dans l'algorithme d'Euclide, le PGCD (a ; b) est le diviseur de la division dont le reste est nul.
Exemple :

Déterminer par l'algorithme d'Euclide, le PGCD de 578 et 408. 6001 et 4284

Dividende :a	Diviseur : b	Reste : r
6001	4284	1717
4284	1717	850

1717	850	17
850	17	0

Donc PGCD (6001 ;1717) = 17.

3-APPLICTIONS

3-1) Nombres premiers

On dit que deux nombres entiers naturels sont premiers entre eux si leur PGCD est égal à 1. C'est-à-dire, Si PGCD (a ;b) = 1, alors les nombres a et b sont premiers entre eux.

Exemple : montrer que 45 et 16 sont premiers entre eux

3-2) Irréductibilité d'une fraction

On dit qu'une fraction est irréductible si son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

Si on simplifie une fraction par le PGCD de son numérateur et son dénominateur, alors on obtient une fraction irréductible.

Exemple : rendre irréductible la fraction $F = \frac{315}{135}$

3-3) Résolution d'un problème conduisant à la recherche d'un PGCD.

1-Un marchand vient de recevoir de son livreur 1240 bonbons et 320 chocolats. Il souhaite faire le plus grand nombre de paquets identiques en utilisant tous les bonbons et chocolats.
1-1-Aidez-le à trouver le nombre de paquets qu'il pourra faire.
1-2-Aidez-le à déterminer le nombre de bonbons et de chocolats que contient chaque paquet.

2-Un boutiquier a un lot de 3150 sucettes et 1350 bonbon. Il veut réaliser des paquets contenant tous le même nombre de bonbons et le même nombre de sucettes, en utilisant tous les bonbons et toutes les sucettes.

2-1-Combien de tels paquets pourras-t-il réaliser au maximum ?

2-2-chaque bonbon coute 25f et chaque sucette 50F. Quel est le prix d'un paquet ?

4-relation entre le PGCD et le PPCM

4-1-Definition

On appelle PPCM de deux nombres entiers non nuls a et b, leur plus petit multiple commun. On note PPCM (a ;b).

On peut déterminer le PPCM de deux nombre a et b en utilisant la relation suivante :

$$PPCM(a;b) = \frac{a \times b}{PGCD(a;b)}$$

Exemple : Déterminer le PGCD de 24 et 15, puis en déduire le leur PPCM.

4-2) Utilisation du PPCM

-Mettre deux fraction au même dénominateur

Exemple :

Mettre les fractions suivantes au même dénominateur. : $\frac{22}{315}$ et $\frac{43}{135}$

-résoudre les problèmes lies aux coïncidences

Exemple : Deux voitures partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours d'un même circuit. La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B en 30 minutes.

1-Y-a-t-il des moments (autres que le départ !) où les voitures se croisent sur la ligne de départ ?

2)Préciser le nombre de déplacement par laps de temps.

Solution :

1-Les voitures se croiseront pour la première fois après le départ, au bout d'un temps égal à

PPCM(30 ; 36). Soit au bout de 180 min. Ainsi 5 tours pour la voiture A et 6 tours pours la voiture B.

2-Toutes les 180 minutes, la voitures A parcourt 5 trs et B 6 trs.

Devoir à faire à domicile et à corriger le :

MODULE 1 : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS.

CHAPITRE : NOMBRES RATIONNELS **Durée : 2 périodes**

COMPETENCES ATTENDUES : Représenter, déterminer des quantités et identifier des objets par des nombres.

Objectifs pédagogiques :

Résoudre les problèmes se reportant aux opérations sur les nombres rationnels

Motivation : - Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel aux nombres rationnels

- Communiquer des informations comportant des nombres.

Pré-requis :

1-Donner l'ensemble des nombres rationnels

2-ecrire sous forme de fraction les nombres décimaux suivant : 3,7 ; 1,56

3-calculer les opérations suivantes : -16,5 + 9= ; $\frac{-5}{7} + \frac{6}{5} =$

Situation problème :

Un parent d'élève de retour de son service rencontre l'économe de l'établissement où fréquente son fils. Et, il se renseigne sur les modalités de paiement de la scolarité de son fils. La pension étant de 110000 frs, l'économe lui dit : « l'inscription représente les 2/5 de la pension, la première tranche représente les 2/3 du reste et la deuxième tranche représente le reste de la pension. » Vous êtes le voisin de ce parent et son enfant étant en déplacement, il vous interpelle pour l'aider à calculer les différents montant à verser. Aidez-le.

Activité d'apprentissage :

En maternelle, on a appris des objets, et on utilisait les nombres 1, 2, 3……..Ces nombres sont les premiers qui sont utilisés « naturellement », on les nomme les nombres entiers naturels. Depuis à l'école primaire et au collège, on a découvert d'autres nombres. Voici une liste de nombres :
-27,2 ; $\frac{10371}{100}$; $\frac{27}{13}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{-21}{15}$; π ; $\frac{-10}{5}$; $\frac{47}{21}$; -15 ; $\frac{-10}{3}$; 37.
Dans cette liste,

a) Entoure en bleu les nombres entiers
b) Entoure en rouge les nombres entiers relatifs

c) Entoure au crayon les nombres décimaux
d) Quels nombres reste-t-ils ? que représentent ces nombres ?

RESUME :

1-les Fractions

1-1-Definitions

Les nombres entiers naturels sont les nombres 0, 1, 2, 4,….10, 12,….

Les nombres entiers relatifs sont les nombres entiers positifs et négatifs.

Un nombre décimal est le quotient d'un nombre entier relatif par une puissance de 10 ou un nombre donc la partie décimale s'écrit avec un nombre fini de chiffre non nuls.

Un nombre rationnel est le quotient d'un nombre entier relatif par un nombre entier relatif non nul. Ce quotient est encore appelé fraction et s'écrit sous la forme $\frac{a}{b}$. Dans cette écriture, a est appelé numérateur, b est appelé dénominateur ($b \neq 0$). A et b sont des nombres relatifs.

Remarque : l'ensemble des nombres rationnels set noté $\mathbb{Q}$

Exemple : 0 ; 1,2 ; $\frac{15}{4}$; $2{,}4 \times 10^{-3}$; $\frac{-5}{2}$sont tous les nombres rationnels.

1-2-fractions équivalentes

Deux fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$, sont équivalentes si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. C'est-à-dire $a \times d = b \times c$.avec $(b \neq 0, d \neq 0)$

Exercice d'application

Trouver la valeur de c pour que les fraction suivantes soient équivalentes ou égales :$\frac{8}{c} = \frac{4}{5}$

Solution : $\frac{8}{c} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow 4 \times c = 8 \times 5.$

$\Leftrightarrow \underline{c = 10.}$

1-2-Comparaison de fraction

Pour comparer des fractions on les réduit au même dénominateur. La plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

2-OPERATIONS SUR LES FRACTIONS

2-1-soustraction et addition

Règle N°1 : si a et b sont deux nombres relatifs quelconque et $k \neq 0$, alors : $\frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k}$ et $\frac{a}{k} - \frac{b}{k} = \frac{a-b}{k}$

Exemple : effectuer les opérations suivantes :$A = \frac{6}{41} - \frac{14}{41}$

Règle N°2 : Si les fractions n'ont pas le même dénominateur, on les réduit au même dénominateur et on applique la **Règle N°1.**

On peut aussi utiliser la règle suivante : si a, b, c et d sont des nombres entiers relatifs,

avec $(b \neq 0, d \neq 0)$, alors, $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{b \times d}$ et $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d - b \times c}{b \times d}$

Exemple : effectuer les opérations suivantes :$B = \frac{5}{14} - \frac{3}{21}$; $C = \frac{2}{3} + \frac{5}{4}$; $D = \frac{10}{4} - \frac{41}{12}$.

2-2-multiplication

Règle : Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

si a, b, c et d sont des nombres entiers relatifs, avec $(b \neq 0, d \neq 0)$, alors $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

Attention !! On ne réduit pas au même dénominateur.

Exemple : $E = -\frac{7}{6} \times \frac{10}{3}$; $F = \frac{21}{50} \times \frac{70}{40}$.

2-3-division

a) Fractions inverses

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

Propriété : Si cet d sont deux nombres relatifs non nuls, alors l'inverse de $\frac{c}{d}$ est $\frac{d}{c}$.

Exemple : l'inverse de $\frac{3}{5}$ est $\frac{5}{3}$; l'inverse de $\frac{-7}{2}$ est $\frac{2}{-7}$ ou $\frac{-2}{7}$.

b) Règle de division de deux fractions :

Diviser deux fractions revient à multiplier la fraction au numérateur par l'inverse de la fraction au dénominateur. Ainsi, si a, b, c et d sont des nombres entiers relatifs non nuls alors :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemple : Ecrire C sous la forme d'une fraction irréductible. On donne $C = -\frac{\frac{22}{21}}{\frac{40}{-27}}$

3-Regles de priorités

Priorité 1 : les parenthèses indiquent les calculs à effectuer en premier. On commence les calculs par ceux qui sont dans les parenthèses les plus intérieures.

Exemple : Calcule puis écris D sous la forme d'une fraction irréductible.

On donne $D = \frac{7}{15} \times (\frac{2}{7} - \left(\frac{5}{7} + \frac{3}{21}\right))$.

Priorité 2 :

En l'absence de parenthèses on effectue les opérations dans l'ordre suivants :

-Puissance

-multiplication

-Addition et soustraction

Exemple

Ecrire E, F et G sous la forme de fractions irréductibles : $E = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{3}{7}$, $F = \frac{5}{6} - \frac{7}{6} \times \frac{10}{3}$, $G = 3 - \frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{2}}{\frac{3}{4} + \frac{5}{2}}$

Exercice d'application

Un parent d'élève de retour de son service rencontre l'économe de l'établissement où fréquente son fils. Et, il se renseigne sur les modalités de paiement de la scolarité de son fils. La pension étant de 110000 frs, l'économe lui dit : « l'inscription représente les 2/5 de la pension, la première tranche représente les 2/3 du reste et la deuxième tranche représente le reste de la pension. » Vous êtes le

voisin de ce parent et son enfant étant en déplacement, il vous interpelle pour l'aider à calculer les différents montant à verser. Aidez-le.

Devoir à faire à domicile et à corriger le :

MODULE 1 : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS.

CHAPITRE : CALCUL LITTERAL

COMPETENCES ATTENDUES : Représenter, déterminer des quantités et identifier des objets par des

LECON 1 : EXPRESSSION LITTERALE **Durée : 1 périodes**

Objectifs pédagogiques :

-Utiliser les expressions littérales pour résoudre certaines situations de la vie.

-Calculer la valeur numérique d'une expression littérale donnée

Motivation : - Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel au calcul littéral

- Communiquer des informations comportant des nombres.

Prérequis :

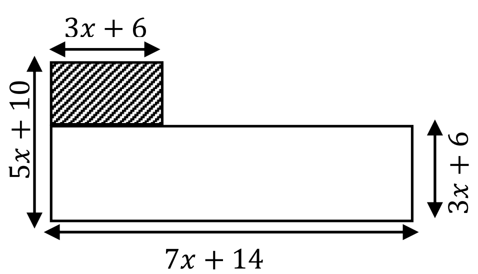
-Donner l'expressions du périmètre d'un carré de côté a, d'un rectangle de longueur x et de largeur y.

-Donner les expressions des surfaces d'un carré de côté a, d'un rectangle de longueur x et de largeur y.

-Calculer l'aire d'un disque de rayon r = 5 cm, puis r = 10 cm.

on rappelle l'aire d'un disque est $s = \pi \times r^2$

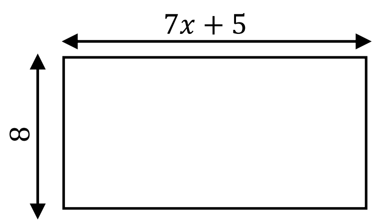
Situation problème :



M. TALLA, votre voisin est un homme d'affaire qui possède un terrain donc la forme est donnée par la figure ci-contre. Il désire cultiver la partie hachurée. Mais, pour cela il veut connaitre la surface de cette partie à fin d'acheter les semences. Mais il a oublié ses formules mathématiques et il s'est rappelé que vous allez à l'école et il faire appel à vous pour l'aider à trouver l'aire de la partie hachurée en fonction de x sous la forme développée. Pour x = 10 que pourra être la valeur de l'aire de cette partie.

Activité d'apprentissage :

la figure ci-contre est un rectangle.
1- Exprimer le périmètre P de cette figure en fonction de x.
2-Trouver la valeur de P pour x=2 ; x=5 ; x=10. Que constatez- vous ?
3-Quel nom peut-on donner à cette expression ?



RESUME :

1-Definition

Une expression littérale est une expression algébrique dans laquelle un ou plusieurs nombres sont remplacés par des lettres. Une expression de variable x peut être noté $p(x)$; $Q(x)$ …

Exemples : $P(x) = 2x$; $B(a) = a + 1.5$; $F(y) = y^2 - 3y + 2$; $S(r) = \pi r^2$…

N.B : les lettres (x, y, a, r….) utilisées en mathématiques servent à designer des nombres dont on ne connait pas les valeurs.

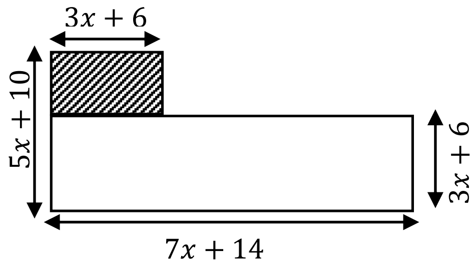
2-Valeur d'une expression littérale

La valeur numérique d'une expression littérale est obtenue en remplaçant la variable (la lettre) par sa valeur numérique donnée.

Exemple : Calculer ; $Q(x) = 3 - 8x + 5x^2$ pour x = 3, x = -2 ; $x = \sqrt{2}$.

Résolution de la situation problème

M. TALLA, votre voisin est un homme d'affaire qui possède un terrain donc la forme est donnée par la figure ci-contre. Il désire cultiver la partie hachurée. Mais, pour cela il veut connaitre la surface de cette partie à fin d'acheter les semences. Mais il a oublié ses formules mathématiques et il s'est rappelé que vous allez à l'école et il faire appel à vous pour l'aider à trouver l'aire de la partie hachurée en fonction de x sous la forme développée. Pour x = 10 que pourra être la valeur de l'aire de cette partie.



Devoir de maison à corriger le :

LECON 2: DEVELOPPER, REDUIRE ET FACTORISER UNE EXPRESSION LITTERALE

Durée : 2 périodes

Objectifs pédagogiques :
-Développer et réduire une expression littérale
-Factoriser une expression littérale

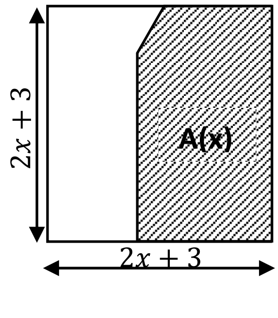
Motivation : - Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel à la notion de calcul littéral

- Communiquer des informations comportant des nombres.

Pré-requis :
-Développer les expressions suivantes : $2(x + 1) =$; $\frac{2}{3}(5y - 3) =$; et $(x + 2)^2 =$
-Factoriser les expressions suivantes : $2x + 4 =$; $x^2 + x =$;

Situation problème

M. TALLA possède un terrain de forme carré et de coté $(2x + 3)$. L'aire de la partie non hachuré est $(4x + 7)(2x + 3)$. Il veut vendre la partie hachurée pour cela il décide de connaitre l'aire de cette partie. Il trouve que l'aire de la partie hachurée est :

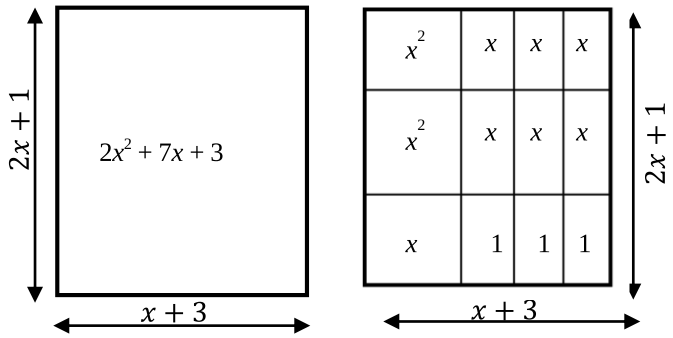


$A_1(x) = 4x^2 + 12x + 9 - (4x + 7)(2x + 3)$. Mais l'acheteur arrive et trouve plutôt que : $A_1(x) = -2(2x + 3)(x + 2)$ ou $A_1(x) = -4x^2 - 14x - 12$

Les deux ont-ils raison ?

Activité d'apprentissage :

Utiliser les deux figures ci-contre pour montrer que : $2x^2 + 7x + 3 = (2x + 1)(x + 3)$



RESUME :

1-DEVELOPPEMENT D'UNE EXPRESSION LITTERALE

1-1-Définition

Développer une expression littérale c'est transformer (résultat d'un produit) un produit en somme (résultat d'une addition).

1-2-Règle de suppression des parenthèses

En effet, développer une expression c'est « supprimer » les parenthèses pour expliciter un calcul. Quand on veut supprimer des parenthèses dans un calcul, on peut le faire si les parenthèses sont après le signe « + » ou « -».

-Quand on a un (+) devant, on supprime les parenthèses sans rien faire d'autres

-Quand on a un (-) devant, on supprime les parenthèses mais en changeant tous les signes des opérations qui se trouvent à l'intérieur en leur opposé.

Exemples :

$-(5x^2 - 7x + 3) = -5x^2 + 7x - 3$; $+(15 + 3x - 8x^2) = 15 + 3x - 8x^2$

1-3--Utilisation des égalités ou identités remarques

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.

1-4-Regle de priorité

Dans le développement d'une expression littérale, l'ordre de priorité est le suivant :

-l'élévation à une puissance

- la multiplication ou division

-l'addition ou soustraction.

Exemple

Développer les expressions suivantes, puis réduire et ordonner les expressions suivantes les puissances décroissantes de x.

a) $P(x) = (2x+1)^2 - 3(x-5) =$
b) $A(x) = (3x+5) + (x-8)(x+8) =$

2-FACTORISATION

2-1- Définition

Factoriser signifie : transformer une somme en produit.

2-2-Methodes de factorisation

2-2-1-Utilisation des identités remarquables

- $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
- $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

Exemple : factoriser les expressions suivantes :
$A = 81x^2 - 36$; $B = 9x^2 - 30x + 25$; $C = 25 + 10x + x^2$.

2-2-2-La mise en évidence

Cette méthode consiste à mettre évidence le facteur commun aux différents termes de l'expression à factoriser. Cette méthode s'appuie sur la propriété de distributivité de la multiplication :
$k.a + k.b = k(a+b)$ et $k.a - k.b = k(a-b)$ ou k est le facteur commun.

Exemple : Factoriser l'expressions suivante
A = $2x(x+3) - (x+3)^2$

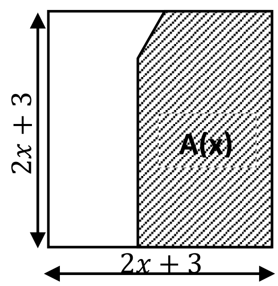
2-2-3-Utilisation simultanée des deux méthodes précédentes

Dans certains cas de factorisation il peut arriver qu'on utiliser à la fois les égalités remarquables et la mises en évidence pour factoriser une expression.

Exemple : Factoriser l'expressions suivante
C=$4x^2 - 12x + 9 - (4x+7)(2x-3)$
D = $(3x^2+8)(-x+4) + 9x^2 - 64$.

Résolution de la Situation problème

M. TALLA possède un terrain de forme carré et de coté $(2x+3)$. L'aire de la partie non hachuré est $(4x+7)(2x+3)$. Il veut vendre la partie hachurée pour cela il décide de connaitre l'aire de cette partie. Il trouve que l'aire de la partie hachurée est : $A_1(x) = 4x^2 + 12x + 9 - (4x+7)(2x+3)$. Mais l'acheteur arrive et trouve plutôt que : $A_1(x) = -2(2x+3)(x+2)$ ou $A_1(x) = -4x^2 - 14x - 12$
Les deux ont-ils raison ?



Devoir à domicile à corriger le :

LECON 3 : EXEMPLES D'EXPRESSSION LITTERALE **Durée : 2 périodes**

Objectifs pédagogiques :

-Identifier un polynôme ou une fraction rationnelle

Motivation : - Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel un polynôme ou une fraction rationnelle

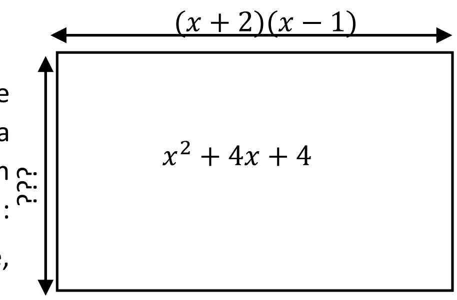
- Communiquer des informations comportant des nombres.

Prérequis :

-Développer l'expression suivante :$(3x+1)^2$

-Factoriser les expressions suivantes : $4x^2-16x+16=$;

Situation problème



M. Atangana possède un terrain de forme rectangulaire de superficie x^2+4x+4 et de largeur $(x+2)(x+1)$. Il veut déterminer la largeur de son terrain en fonction de x. Il se rapproche de son entrepreneur et celui dit lui dit que la largeur de son terrain est : $l(x)=\frac{(x+2)}{(x-1)}$. En justifiant que l'aire de son terrain est un polynôme, aidez M. Atangana à comprendre comment l'entrepreneur à faire pour arriver au résultat.

Activité d'apprentissage :
1-Factoriser les expressions suivantes : $2x+2=$; $x^2+x=$;
2-calculer la valeur de la fraction suivante : $f(x)=\frac{x^2+x}{2x+2}$ pour $x=0, x=1, x=-1$ et mètre le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
3-pour x=-1, vérifier la valeur de la fraction obtenue avec la calculatrice. Que peut-on conclure ?
4-Metter la fraction $f(x)$, sous la forme d'une fraction irrésistible.

1-POLYNOMES

1-1-monôme

Un monôme de la variable x est une expression littérale de la forme ax^n, où a est un nombre réel appelé coefficient ou constante ; x est appelée inconnue et n est un entier naturel appelé degré du monôme.

Exemple : $\frac{2}{3}x^2$ est un monôme de degré 2 et de coefficient : $\frac{2}{3}$

$-2x$ est un monôme de degré 1 et de coefficient -2

1 ; 2,5 ; $-\frac{2}{5}$;$\sqrt{3}$ sont tous des monômes de degré zéro(0) car $2{,}5x^0=2{,}5\times 1=2{,}5$.

1-2-polynôme

Un polynôme de la variable x est une somme de monômes de la variable x. la variable peut être n'importe quelle lettre. Le degré d'un polynôme est celui de son monôme de plus haut degré.

Exemples :

$P(x) = 5x^3 + 7x^2 - 4x + 1$, est un polynôme de la variable x et de degré 3.

Exercice d'application

Donner le degré de chacun des polynômes suivants :

$A(a) = 10a^2 - 12a - 2$; $Q(x) = 3 - 8x + 5x^2 - 2x^4$; $P(x) = x + 3$

2-FRACTION RATIONNELLE

2-1- Définition

Une fraction rationnelle est le quotient de deux polynômes. Elle s'écrit sous la forme :$F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

2-2-Condition d'existence

La fraction rationnelle $F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ existe si et seulement si son dénominateur est non nul c'est-à-dire différent de zéro ($Q(x) \neq 0$). Cette condition est appelée condition d'existence de $F(x)$.

Exemple : la fraction $F(x) = \frac{x+2}{x-1}$ existe si et seulement si $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$donc $x \neq 1$, est la condition d'existence de F(x).

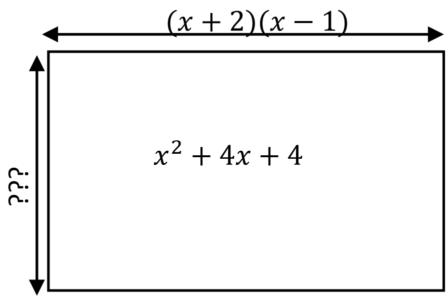
2-3-Simplification d'une fraction rationnelle.

Pour simplifier une fraction rationnelle on procède comme suit :

- On factorise le numérateur et le dénominateur si possible.
- On détermine la condition d'existence
- On simplifie les facteurs identiques au numérateur et au dénominateur. Et on déduit l'expression simplifiée de la fraction précédée de la condition d'existence.
-

Résolution de la Situation problème

M. Atangana possède un terrain de forme rectangulaire de superficie $x^2 + 4x + 4$ et de largeur $(x + 2)(x + 1)$. Il veut déterminer la largeur de son terrain en fonction de x. Il se rapproche de son entrepreneur et celui dit lui dit que la largeur de son terrain est : $l(x) = \frac{(x+2)}{(x-1)}$. En justifiant que l'aire de son terrain est un polynôme, aidez M. Atangana à comprendre comment l'entrepreneur à faire pour arriver au résultat.



Devoir à domicile pour corriger le :

MODULE 15 : CONFIGURATION ET TRANSFORMATION ELEMENTAIRE DU PLAN

CHAPITRE 2 : THALES DANS LE TRIANGLE

Compétences attendues :

- justification qu'une configuration de Thales a l'aide des données de l'énonce ou des propriétés sur les angles
- Utiliser la propriété direct de Thales pour :
  - En déduire les proportionnalités
  - calculer une longueur
  - Utiliser la propriété réciproque de Thales pour justifier le parallélisme de deux droites

MOTIVATION :

- Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre les problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel aux reconnaissances des formes plane, transformation dans l'environnement physique et aux propriétés de Thales
- communiquer les informations comportant des distances

Introduction générale

Nous nous souvenons encore de la propriété de la droite des milieux des cotes d'un triangle. Dans ce chapitre, nous étudierons les propriétés qu'induit cette droite lorsqu'elle cesse d'être droite de milieu, mais reste parallèle au support d'un cote du triangle.

LECON 1 : CONFIGURATION DE THALES

Objectifs pédagogiques : **durée : 2h**

Justifier qu'une configuration est de Thales, à l'aide des données de l'énoncé ou des propriétés sur les angles.

Prérequis

I- Construis un triangle quelconque ABC. Place les points M et N dans chacun des cas :

1- $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$.

2- $M \in (AB)$ tel que $M \nexists [AB]$ et $N \in (AC)$ tel que $N \nexists [AC]$.

NB : donner tous les cas possible.

II- Construis un triangle ABC, place un point M milieu du segment [AB] et N milieu du segment [AC].

a) Que peut-on dire des droites (MN) et (AB) ?

b) Complete les pointilles par un nombre pour que la relation soit juste : MN = ………. AB

SITUATION PROBLEME :

Le père de Paul possède un champ de forme triangulaire ayant à chaque sommet trois poteaux de délimitation A, B et C, Où il a l'habitude de cultiver les tomates. Dans le souci d'agrandir son champ pour aussi faire la culture des carottes, et en respectant toujours la forme initiale, il demande à Paul où doit-il place les points M et N pour que les piquets situes respectivement aux points A, B, M, et A, C, M soient alignes dans le même ordre ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

Construit un triangle ABC. Place les points P et Q milieu respectif des cotes [AB] et [AC].

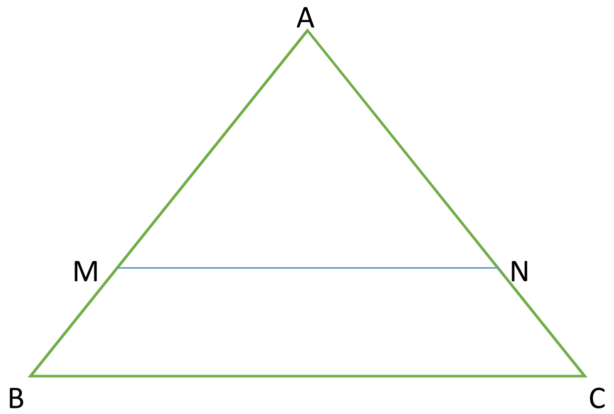
1) Que peux-tu respectivement dire des points A, P, B et A, Q, N ?
2) Que peux-tu dire de droite (AC) et (PQ).

Résumé :

ABC et **AMN** sont des triangles tels que **M** et **N** appartiennent respectivement aux droites **(AB)** et **(AC).** Les points **A, B** et **N** d'une part et **A, C** et **N** d'autre part sont aligne dans le même ordre. Cette situation peut être rencontrée Lorsque les droites **(MN**) et **(BC)** sont parallèles, on parle de configuration de Thales.

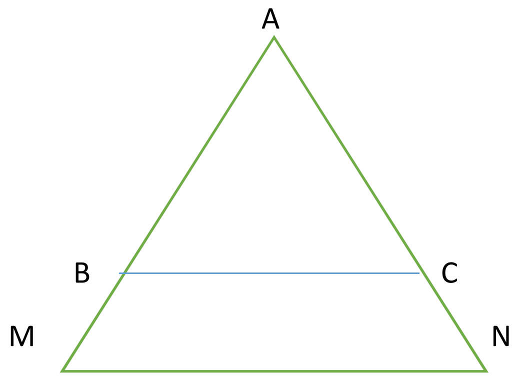
1ere configuration :

M ∈ **[AB] ; N** ∈ **[AC] ; (BC)** // **(MN)**



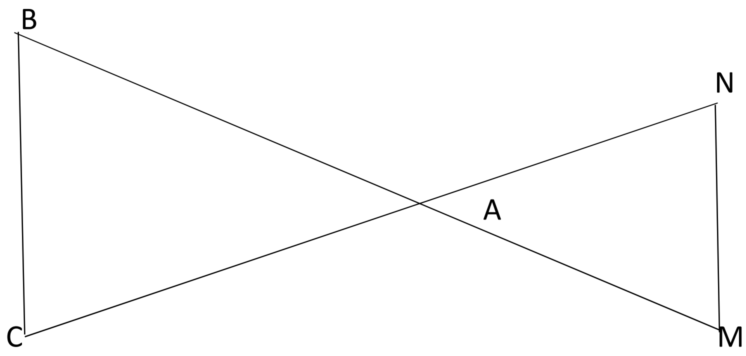
2e configuration :

M ∈ [AB) et N ∈ [AC) et (BC) // (MN)



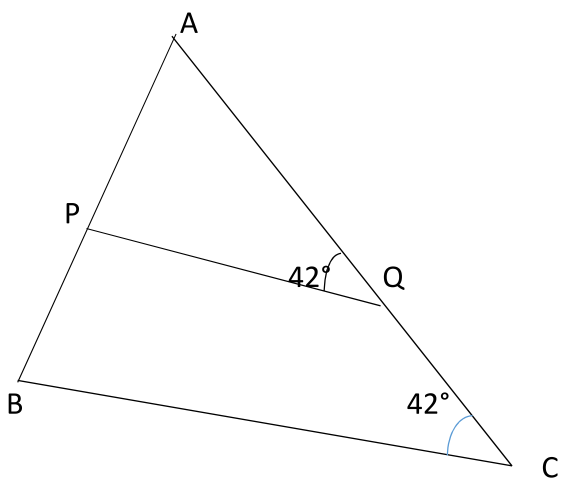
3e configuration :

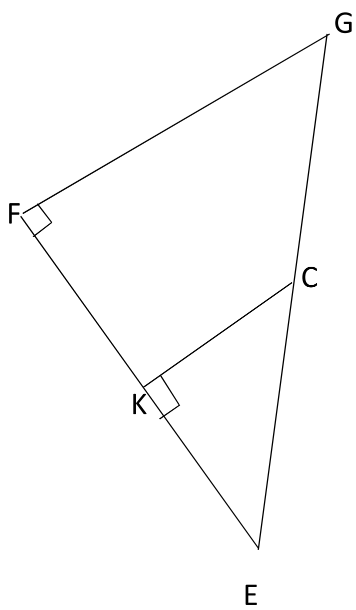
A ∈ [BM] ; A [CN] et (BC) // (MN)

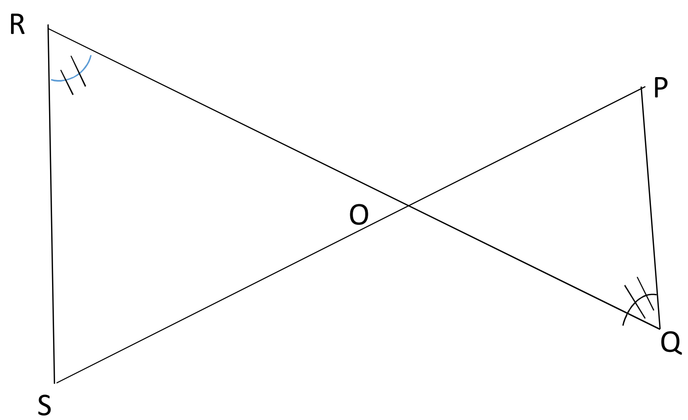


Exercice :

Les figures suivantes sont faites à main levée. Dire s'il s'agit d'une configuration de Thales et justifier







LECON 2 : **PROPRIETE DE THALES** *durée* : 2h

Objectifs pédagogiques :

Utiliser la propriété directe de Thalès pour :

- En déduire les proportionnalités
- Calculer une longueur

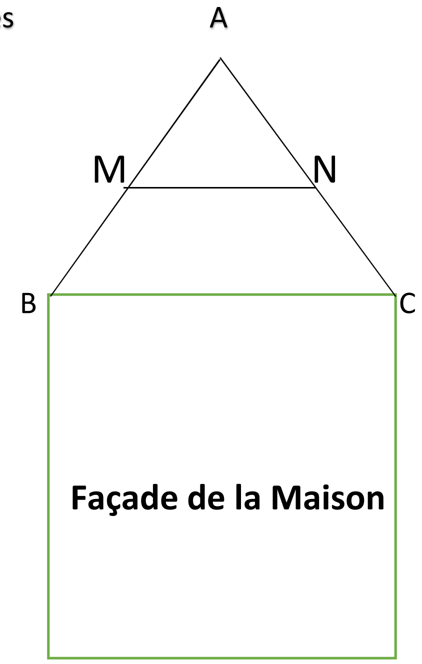
Prérequis :

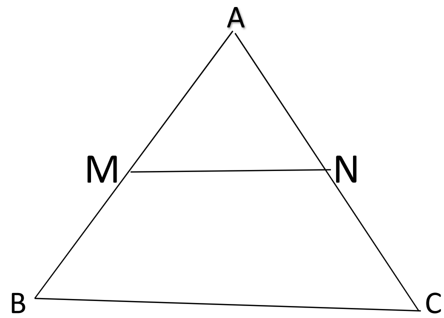
Déterminer la valeur de x dans chacun des cas suivants.

a) $\frac{x}{2} = \frac{6}{4}$; b) $\frac{2}{3} = \frac{x}{12}$; $c)\ \frac{5}{x} = \frac{2}{3}$; $d)\ \frac{6}{4} = \frac{8}{x}$

SITUATION PROBLEME.

Monsieur Robert a besoin de faire la charpente de la toiture de sa maison. pour cela il a consulté un charpentier qui lui a fait un dessin en précisant les longueurs des planches disponibles. Malheureusement deux longueurs sur le dessin ont été effacées. Néanmoins Mr Robert sait que les droites (MN) et (BC) sont parallèles





AM = 3cm

AB = 6cm

AC = 4cm

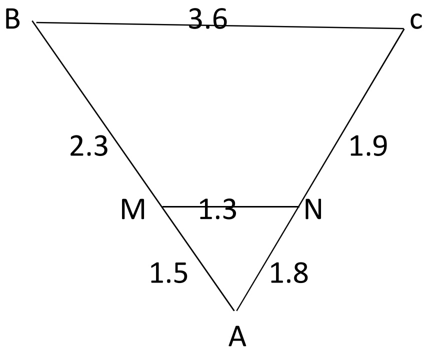
BC = 7cm

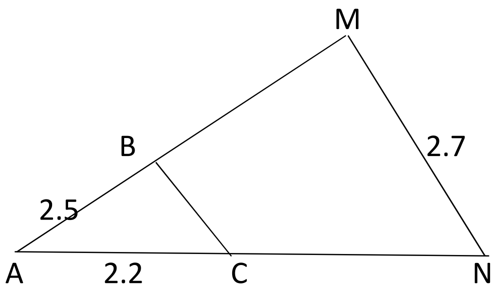
AN = ? ; MN = ?

Aider Mr Robert a trouvé les longueurs des planches AN et MN

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

Reproduire les figures ci-dessous ou (BC) et (MN) sont parallèles.





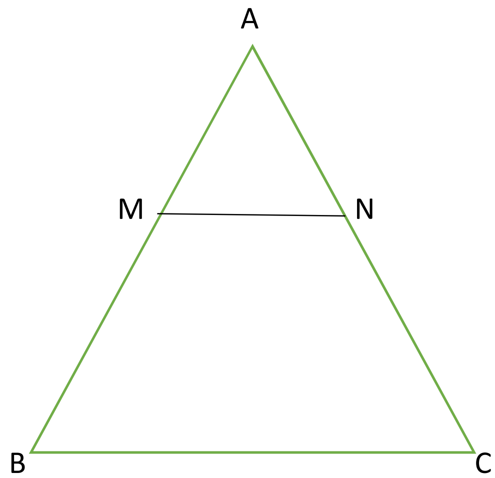
AM =4.9;   AN = 4.3

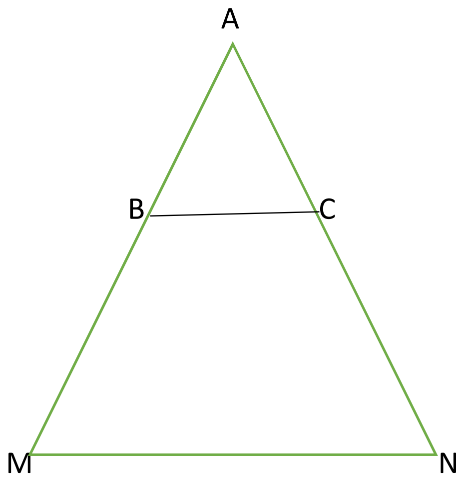
Calculer et comparer les quotients $\frac{AM}{AB}; \frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$. Quel constat fais-tu ?

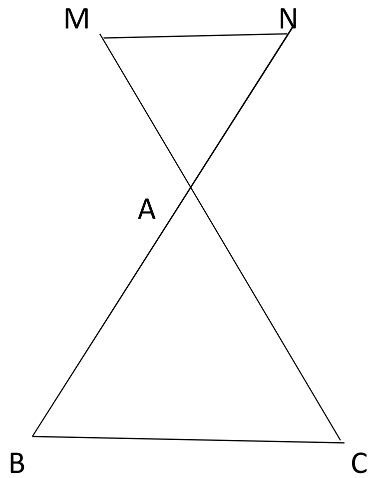
Résumé :

Propriété directe de Thalès :

ABC et **AMN** sont des triangles. **M** ∈ **(AB)** et **N** ∈ **(AC)**. Si **(BC)** // **(MN)** alors d'après la propriété de Thales ; on a : $$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad (1)$$





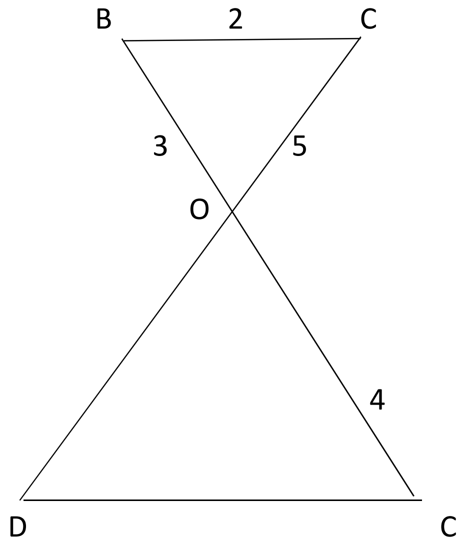


Conséquence de la propriété de Thalès

Pour chacune des figures ci-dessus, les droites **(BC) et (MN) sont parallèles** ; les points A, M et B sont alignes dans le même ordre que A, N et C. alors on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ **(2)**

Exemple :

Sur la figure ci-dessous les droites (AB) et (CD) sont parallèles. Calculer OD et DC



Remarque : les formules **(1)** et **(2)** peuvent aussi respectivement s'écrire : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$;

$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$. **DEVOIR** :

LECON 3 : RECIPROQUE DE LA PROPRIETE DE THALES — *durée* : 2h

Objectifs pédagogiques :

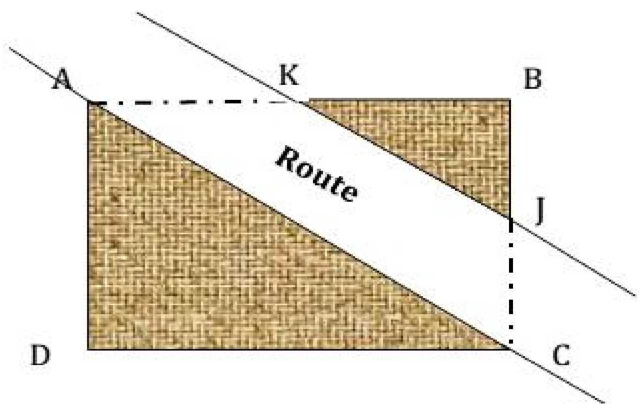
Appliquer la réciproque de la propriété de Thales pour justifier un parallélisme de deux droites

Prérequis :

1) Construis un triangle ABC. Place les points M et N milieux respectifs des segments [AB] et [AC].
2) Calculer et comparer les rapports $\frac{AM}{AB}$ *et* $\frac{AN}{AC}$

SITUATION PROBLEME

Mr HAWE possède un champ de forme rectangulaire ABCD tel que AD = 60 ; AC = 100 et AB = 80. Le champ étant très vaste, il décide de faire passer une route qui lui félicitera le transport des cultures d'un bout a l'autre comme l'indique la figure ci-dessous qui n'est pas en vrai grandeur. On donne BK = 28 et BJ = 21.



Mais il se pose bien la question de savoir si cette route garde la même largueur. Aider Mr HAWE à répondre à cette question

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

I et J sont les milieux respectifs des segments [AB] et [AC] d'un triangle ABC.

a- faire la figure.

b- Comparer les quotients $\frac{AI}{AB}$ et $\frac{AJ}{AC}$

c- Justifier que (IJ) // (BC)

2-a) placer sur les côtes [AB] et [AC] les points M et N tels que $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{4}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{4}$

b) Justifier que (MN)//(IJ) et (MN)//(BC)

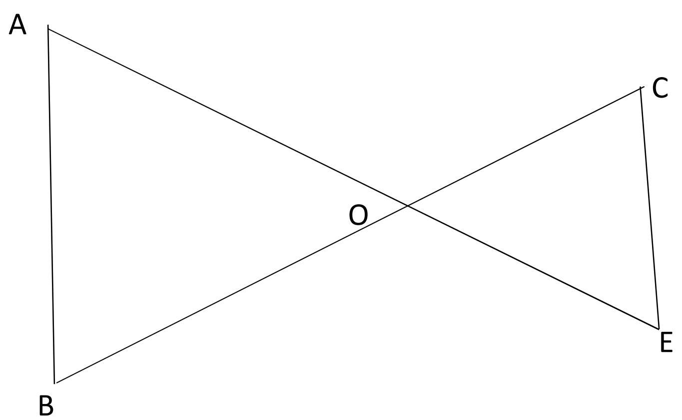
3) Généraliser le constat fait en 1) et en 2)

Résumé :

Réciproque de la propriété de Thalès.

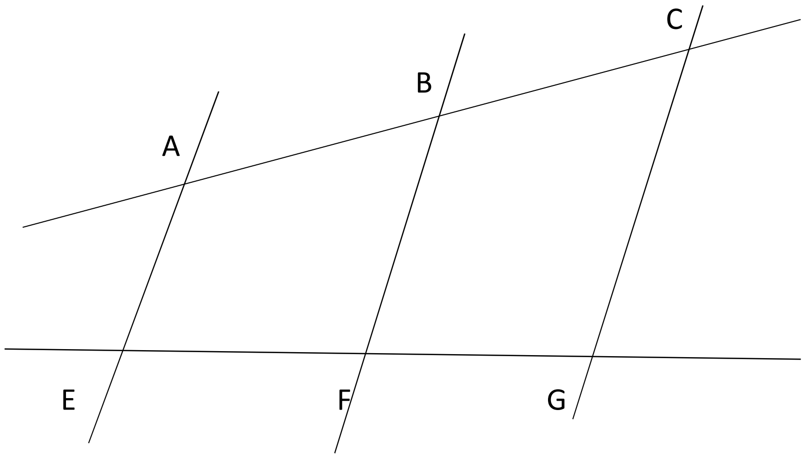
- **ABC** est un triangle.
- **M** et **N**, des points appartenant respectivement aux droites (**AB)** et **(AC).**
- Les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autres part sont alignés dans le même ordre.
- si $\boldsymbol{\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}}$; alors les droites **(MN)** et **(BC)** sont **parallèles**

Exemple : OB = 4, OE = 3, OA = 8 et OC = 6. les droites (AB) et (CE) sont-elles parallèles ?



Propriété de Thalès dans le cas général :

Des droites parallèles découpent des segments de longueurs proportionnelles sur deux droites qui leurs sont sécantes.



Si **(AE)// (BF)** et **(BF)//(CG)**, alors : $\boldsymbol{\frac{AB}{AC} = \frac{EF}{EG}}$ ***et*** $\boldsymbol{\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{AC}{EG}}$

<u>DEVOIRS</u> :

<u>NB</u> **: on utilise la propriété directe de Thalès pour calculer une distance ou une longueur, la conséquence pour calculer l'une des droites parallèles et la réciproque pour démontrer ou justifier que deux droites sont parallèles.**

Module15 : Configuration et transformations élémentaires du plan.

Chapitre 1: TRIANGLE RECTANGLE ET TRIGONOMETRIE

Situation de famille : Représentation et transformation des configurations plane dans l'environnement.

Leçon 1 : Propriété de Pythagore. Durée : 2periodes.

Objectifs Pédagogiques :

- Reconnaitre un triangle rectangle
- Calculer les distances dans un triangle rectangle à travers la propriété de Pythagore.
- Résoudre les problèmes de vies faisant appel aux propriétés de Pythagore

Motivation : Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel aux transformations.

Pré-requis :

- Définir et reconnaitre un triangle rectangle

-Quel nom donne-t-on au côté le plus long dans un triangle rectangle ?

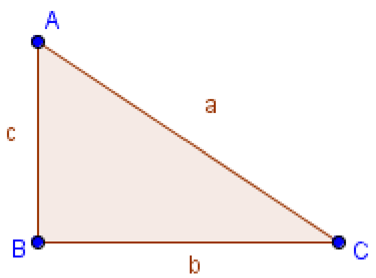
Situation Problème :

Mr Dongho veut construire un hangar de forme rectangulaire de 10 mètre de long et 7 mètre de large. Mais il ne dispose que des piquets, d'une machette, et d'un deca- mètre pour faire l'implantation. Aide-le à réaliser cette implantation.

Activité d'apprentissage

-Trace un triangle ABC rectangle en B de ton choix

- Détermine les distances AB, AC, et BC.



- Calculer $AB^2 + BC^2$ et AC^2.
- Comparer AC^2 et $AB^2 + BC^2$

Solution : suivre l'élève

Résumé :

1- Propriété de Pythagore :
   Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, qui forment l'angle.
2- Réciproque de la propriété de Pythagore

Activité d'apprentissage :

EFG est un triangle tel que : $EF = \sqrt{2}$; $FG = \sqrt{5}$;$EG = \sqrt{3}$.

Calculer $EF^2 + EG^2$ puis FG^2. Que constatez-vous ?

Correction de l'activité : Suivre l'élève.

Résumé

Si dans un triangle le carré du côté le plus long est égal à la somme des carrés des 2 autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

Devoir à faire à la maison : 3 exercices du livre au programme.

LECON 2 : TRIGONOMETRIE DANS UN TRIANGLE RECTANGLE. Durée : 2periodes

Objectifs pédagogiques :

- Déterminer les mesures et les positions,
- trouver à l'aide d'une calculatrice : le sinus, le cosinus, la tangente d'un angle aigu de mesure donnée.
- La mesure en degrés d'un angle aigu dont on connait le sinus, le cosinus ou la tangente.

Pré-requis :

- Cosinus, sinus et tangente d'un triangle aigu d'un triangle rectangle.
- Faire des calculs dans un triangle rectangle.

I) SINUS ET COSINUS DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

Situation problème : Pour faire une bonne photo d'un monument, Tamo (photographe amateur) se place à 30 mètre de celui-ci et le voit sous un angle de 50^0 ; les yeux de Tamo sont à 1,60 mètre du sol. Peut-on donner la hauteur de ce monument ?

Activité d'apprentissage :

- Trace un triangle ABC rectangle en B $\left(mes\ \widehat{BAC = 60^0}\right)$
- En déduire mes $\widehat{BCA}$
- déterminer à l'aide d'une règle graduée les longueurs $[AB], [BC]\ et\ [AC]$
- Calculer $\frac{BC}{AC}\ et\ \frac{AB}{AC}$
- A l'aide de votre calculatrice déterminer sin60^0 et cos 60^0, puis comparer $\frac{BC}{AC}$ et sin60^0, $\frac{AB}{AC}$ et cos 60^0

Complete :

- $sin\ \widehat{BAC} = \frac{longueur[....]}{longueur[....]}$

  $= \frac{cote\ [...]}{cote\ [...]}$

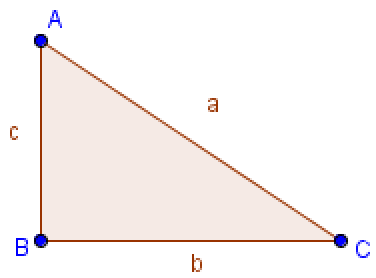
- Cos $\widehat{BAC}\ = \frac{longueur[....]}{longueur[....]}$

  $= \frac{cote\ [...]}{cote\ [...]}$

Solution : Suivre l'élève

Résumé :

ABC est un triangle rectangle en B comme suit :



- Le rapport
- Le rapport $\frac{BC}{AC}$ est appelé sinus de l'angle$\widehat{BAC}$. On note

  $sin\ \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$

  $= \frac{cote\ oppose\ a\ \widehat{BAC}}{hypothenuse}$

- Le rapport $\frac{AB}{AC}$ est appelé cosinus de l'angle$\widehat{BAC}$. On note

  $cosinus\ \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$

  $= \frac{cote\ adjacent\ a\ \widehat{BAC}}{hypothenuse}$

Remarque :

1) Pour tout angle $x,\ on\ a$:
   $0 \leq cosx \leq 1\ et\ \ 0 \leq sinx$
2) $sin^2x + cos^2x = 1$

Exercice d'application :

ABC est un triangle rectangle en B. tel que AB=3cm, BC=4cm, et AC= 5cm. déterminer $sin\widehat{BCA}$ et $cos\ \widehat{BCA}$.

II) TANGENTE

NB : les schémas dans cette partie seront faits par les élèves qui seront envoyés au tableau.

Problème :

Un piquet est pose sur un mur de 3metre et fait un angle de 60^0 avec le plan horizontal.

Comment peut-on déterminer la distance de CB ?

Remarque : l'angle en mes $\widehat{B} = 60^0$

Activité

- Trace un triangle ABC rectangle en B tel que $\widehat{B\ AC} \ = 60^0$, BC= 5 cm.
- Déterminer AC puis AB.
- Calculer $\frac{BC}{AB}$
- A l'aide de la calculatrice, déterminer tan 60^0 .
- Compare tan 60^0 et$\frac{BC}{AB}$.

  Solution : suivre l'élève.

Résumé :

ABC est un triangle rectangle en B.

Le rapport $\frac{BC}{AB} = \frac{Cote\ oppose\ de\ \widehat{B\ AC}}{cote\ adjacent\ de\ \widehat{B\ AC}}$ est appelé la tangente de l'angle$\widehat{B\ AC}$. On note :

$$tan\widehat{B\ AC} \ = \frac{BC}{AB}, \quad \text{et } BC = \ tan\widehat{B\ AC} \ \times AB$$

Remarque : x est un angle aigu :

- Tan $x = \frac{Cote\ oppose}{Cote\ adjacent}$
- $sinx = \frac{Cote\ oppose}{Hypothenuse}$
- $\cos x = \frac{cote\ adjacent}{Hypothenuse}$
- Cote adjacent= Cos$x \times hypothenuse.$
- $Tanx = \frac{\sin x}{cosx}$.

Activité d'apprentissage : 3exercices du livre au programme

Module 1 : Relations et opérations fondamentales dans l'ensemble des nombres réels.

Chapitre 3 : Nombres réels.

Leçon 1 : Racines carrées. **Durée : 1h**

Objectifs pédagogiques : - Déterminer la racine carrée ou une troncature ou un arrondi d'un réel positif A l'aide d'une calculatrice.

- Justifier qu'un réel positif est la racine carrée d'un nombre positif.

Motivation : - Déployer un raisonnement mathématique et résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie……

- Communiquer des informations comportant des nombres.

Situation problème : BEKONO a une pièce de tissu de forme carrée qui a une surface de $36cm^2$. Quelle est la longueur d'un coté de cette pièce ?

Pré-requis : 1) Donner la valeur absolue des nombres suivants : 3 ; −2,45.

2) Donner la troncature et l'arrondi de 15,38731 aux millièmes prés.

Activité d'apprentissage :

1) Remplacer les pointillés par les nombres qui conviennent : 3×3= $3^{\cdots}$=…… ; (-2) × (-2)= $(\ldots)^2$=….
2) Quels sont les nombres dont le carrée donne 9 ?
3) Effectuer les opérations suivantes en utilisant la calculatrice.

$(\sqrt{3})^2$= ….. ; $\sqrt{-4}$= ……. ; $\sqrt{5^2}$= ….. ; $\sqrt{(-6)^2}$= ……..

Résumé : La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif dont le carré est a.

Ce nombre est noté $\sqrt{a}$ et se lit « racine carrée de a ».Le symbole $\sqrt{\ }$ est appelé « radical ».

Exp :$\sqrt{9}$ = 3 car 3^2=9 ; $\sqrt{1}$=1 car 1^2= 1

Propriété : Pour tout nombre positif a, on a :

- $(\sqrt{a})^2$= a
- $\sqrt{a} = \begin{cases} a \text{ si } a \geq 0 \\ -a \text{ si } a \leq 0 \end{cases}$

Exp : $(\sqrt{3})^2$=3 ; $\sqrt{4^2}$= $\sqrt{16}$=4 ; $\sqrt{(-5)^2}$=$\sqrt{25}$= 5

RQ : * La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.

- La racine carrée d'un nombre est toujours positive.

Exercice d'application : On donne AB=5cm ; AC=3cm

1) Calculer AB^2 et AC^2.
2) Calculer la valeur exacte de BC sachant que BC^2= AB^2 + AC^2.
3) Donner la troncature et l'arrondi de cette valeur à 10^{-3} prés.
4) Construire un segment de longueur $\sqrt{3}$ cm et l'autre $\sqrt{5}$m.

Devoirs : 3 exo du livre sur le chapitre.

Correction situation problème : longueur = 6 cm

<u>Leçon2</u> : Ensemble des nombres réels R **<u>Durée</u> : 40 min**

<u>Objectifs pédagogiques</u> : - Reconnaitre un nombre réel**.**

- Distinguer l'ensemble des nombres réels et ses sous ensembles.

<u>Situation problème</u> : NONO en voulant calculer la longueur du coté d'un carrée de surface 5cm^2, découvre$\sqrt{5}$. Ayant entendu parler des nombres rationnels, il déclare que $\sqrt{5}$ n'est pas un nombre rationnel. A-t-il raison ?

<u>Pré-requis</u> : Compléter par appartient ou n'appartient pas.

2……Z ; - 3,5…..N ; $\frac{22}{7}$ …. Q ; -678…..Z ; $\frac{-3}{4}$…..D.

<u>Activité d'apprentissage</u>

1) Donner la valeur approchée de $\frac{2}{3}$ à 10^{-6} prés.
2) Peut-on écrire $\sqrt{3}$ sous forme de fraction irréductible ?

<u>Résumé</u> : Les ensembles de nombres que nous connaissons jusqu'à présent sont :

- L'ensemble des entiers naturels **N** qui contient les nombres 0, 1, 2,3………….
- L'ensemble des entiers relatifs **Z** qui contient les nombres -3,-2,-1, 0, 1, 2,3……….
- L'ensemble des décimaux relatifs **D** qui contient des nombres ayant un nombre fini de chiffres après la virgule : 0 ; 2,45 ; -31,507
- L'ensemble des nombres rationnels qui contient tous nombres pouvant s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ ou a et b appartiennent à Z et b non nul : 0 ; 24 ; 3,64 ; $\frac{2}{5}$ ……..

Mais il existe des nombres qui ne sont pas rationnels tels que$\sqrt{3}$. Ces nombres sont appelés nombres irrationnels. L'ensemble des nombres réels noté **R** est la réunion des nombres rationnels et irrationnels.

<u>RQ</u> : - N C Z C D C Q C R.

- Toutes les racines carrées de nombres entiers naturels qui ne peuvent pas se simplifier sont des irrationnels ($\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$ ……..).

<u>Exercice d'application</u> :

Compléter le tableau suivant par appartient ou n'appartient pas.

	N	Z	D	Q	R
12,34					
3,000					
-320					
$-\frac{8}{2}$					
26,32….					
$\frac{7}{3}$					
$\sqrt{11}$					

<u>Devoirs</u> : deux exo dans le livre.

<u>Correction de la situation problème</u> : oui NONO a raison $\sqrt{5}$ n'est pas un nombre rationnel.

<u>Leçon3</u> : Opérations dans R. **<u>Durée</u> : 2h**

<u>Objectifs pédagogiques</u> :

- Effectuer des calcules élémentaires sur les radicaux.
- Réduire l'écriture des expressions numériques comportant des radicaux.
- Ecrire des quotients sans radical au dénominateur.
- Calculer a^n ou a et n convenablement choisis sont respectivement un nombre réel et un nombre entier relatif.
- Réduire l'écriture des expressions numériques comportant des radicaux de la forme $\sqrt{a^{2n}}$ et /ou $\sqrt{a^{2n+1}}$.

Situationproblème : L'élève ONANA de la classe de 4^e d'un établissement scolaire vit les opérations suivantes sur le tableau dans une classe de 3^e :

$\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$ =..... ; $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ =.... ; $\sqrt{3^4}$ =...... ; $\sqrt{2^5}$=... ; 2^4= ....

Stupéfait, il se demanda s'il est possible de les résoudres.Quels résultats peut-on attribuer à ces opérations ?

Pré-requis :

1) Réduire les expressions suivants : 6a – 2a ; 3x + 5y-x +y
2) Développer et réduire les expressions suivantes : $2x + (x-3y)^2$; 2x + 2(5 -6x)
3) Ecrire sous la forme a^n. 8 ; $(2^3)^4$; $3^4\times3^{-3}$.
4) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$: $\sqrt{75}$ et $\sqrt{12}$.

Activité d'apprentissage: 1) Compléter les expressions suivantes par les nombres convient :

- $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$= (.....+......)$\sqrt{3}$ = ...$\sqrt{3}$
- $-2\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$= (...... +......)$\sqrt{5}$=.........
- $\sqrt{7} \times \sqrt{2} = \sqrt{\ldots . \times \ldots . .} = \sqrt{\ldots \ldots .}$
- $3\sqrt{5} \times \sqrt{2} = 3\times \sqrt{\ldots . . \times \ldots . .} = 3\sqrt{\ldots . .}$
- $(\sqrt{2})^3$= (....)× (...) × (...) = ⋯ . $\sqrt{2}$
- $\sqrt{5^6}=\sqrt{(5\quad)^2} = 5^{\cdots\cdot}$
- $\sqrt{7^{13}} = \sqrt{7^{2\times\ldots .+1}} = \sqrt{(7\quad)^2 \times 7} = 7^{\cdots}\times\sqrt{7}$

2) Par quel nombre peut-on multiplier $\sqrt{3}$ pour qu'il n'y ait plus de radical ? Même question pour

$\sqrt{3}$ +1 et $2-\sqrt{2}$.

3) Ecrire sans radical au dénominateur : $\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$; $\frac{3-\sqrt{3}}{2-\sqrt{2}}$.

4) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$: $\sqrt{20}$ et $\sqrt{125}$.

Résumé :

- **Règle de calcul avec les radicaux** :
  Pour tous nombres a et b positifs :

- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
- $Si\ b\ est\ différent\ de\ zéro$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- $\sqrt{b^2 \times a}$ = $b\sqrt{a}$

Exp : $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4}$; $\sqrt{2} \times \sqrt{18} = \sqrt{2 \times 18} = \sqrt{36} = 6$; $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{3^2 \times 5} = 3\sqrt{5}$

RQ : $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ est différent de $\sqrt{a+b}$, de même si a> b , $\sqrt{a}$ -$\sqrt{b}$ est aussi différent de $\sqrt{a-b}$.

Exp : $\sqrt{4}+\sqrt{9} = 2+3 = 5$ et $\sqrt{4+9}= \sqrt{13}$

- **Expression conjuguées** :

Il existe quelques techniques permettant d'écrire une fraction sans radical au dénominateur :

- $\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$
- $\frac{c}{b+\sqrt{a}} = \frac{c(b-\sqrt{a})}{(b+\sqrt{a})(b-\sqrt{a})} = \frac{cb-c\sqrt{a}}{b\times b-\sqrt{a}\times\sqrt{a}}$

Exp : $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$; $\frac{3}{2+\sqrt{3}} = \frac{3(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{6-3\sqrt{3}}{4-3} = \frac{6-3\sqrt{3}}{1}$

Bon à savoir : $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$; $2\times\sqrt{5}= 2\sqrt{5}$; $3\sqrt{2}\times 4\sqrt{5}= 12\sqrt{10}$; $\sqrt{3}\times\sqrt{3}= 3$; $3\sqrt{2}\times\sqrt{3}= 3\sqrt{6}$.

RQ : L'expression conjuguée de (a+b) est (a-b) et celui de (a-b) est (a+b).Pour écrire une fraction sans radical au dénominateur, il suffit de multiplier le numérateur et le dénominateur de cette fraction par l'expression conjuguée de son dénominateur.

- **Puissances**

a désigne un nombre réel non nul et n un entier naturel. La puissance de a exposant n est le nombre réel noté a^n et défini par : $a^n=a\times a\times a\times \ldots\ldots\times a$ n fois.

Propriété : Soit a un réel positif et n un entier.

$\sqrt{a^{2n}} = a^n$; $\sqrt{a^{2n+1}} = a^n\sqrt{a}$

Exp :$\sqrt{625}=\sqrt{5^{2\times 2}} = 5^2 = 25$; $\sqrt{343} = \sqrt{7^{2+1}} = 7\sqrt{7}$.

Exercice d'application :

On donne : A= $-\sqrt{40} + 7\sqrt{90} - 3\sqrt{250}$; B= $\sqrt{63} + 2\sqrt{28} -3\sqrt{7}$; C= $\sqrt{75} +\sqrt{48} +\sqrt{25}$; D= $(\sqrt{3}-4)(2-\sqrt{3})$; E= $(2\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{5})$; F= $(3\sqrt{2}+5)^2$; G= $\frac{3}{1+\sqrt{2}}$; H= $\frac{2+\sqrt{3}}{-\sqrt{2}+1}$; I= $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.E

1) Ecrire A et B sous la forme $a\sqrt{b}$.
2) Ecrire C sous la forme $a+b\sqrt{c}$.
3) Calculer D ; E et F.
4) Ecrire G ; H et I sans radical au dénominateur.

Devoirs : Deux exercices du livre.

Correction de la situation problème : $6\sqrt{3}$; $\sqrt{6}$; 9 ; $4\sqrt{2}$ et 16.

Leçon 4 : Comparaison des nombres réels **Durée : 1h30**

Objectifs pédagogiques :

- Comparer 2 nombres réels, 2rationnels, 2 irrationnels, un rationnel et un irrationnel.
- Ranger des nombres réels
- Encadrer un nombre réel par deux nombres décimaux de même ordre.
- Encadrer par deux nombres décimaux de même ordre : une somme, une différence, un produit et un quotient de deux réels.

Situation problème : M WAFO partage une somme de 2000f à ses trois enfants TAMO, NONO et FOTSO. TAMO a reçu les $\frac{1}{2}$ de cette somme, NONO les $\frac{3}{8}$ et FOTSO le reste d'argent. FOTSO déclare que la somme reçu par TAMO est supérieur à celle que j'ai reçu et que la somme reçu par NONO est compris entre 250f et 1000f. A-t-il raison ?

Pré-requis :

1) Comparer les nombres suivants : 3 et -5 ; 2 et $\frac{3}{4}$; 1,37 et 1,343.
2) Encadrer les nombres suivants par deux nombres entiers consécutifs : 12 ; -3,4 ; $\frac{3}{2}$.

Activité d'apprentissage :

1) En utilisant la calculatrice, comparer les nombres suivants : $\sqrt{3}$ et $\sqrt{2}$; 2 et $\sqrt{3}$; 4 et $2\sqrt{5}$; $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{5}$ et $\sqrt{3}$.
2) Donner un encadrement de $\sqrt{13}$ par deux entiers consécutifs puis par deux décimaux consécutifs n'ayant qu'un chiffre après la virgule.
3) Donner un encadrement des nombres suivants à 10^{-1} prés en utilisant la calculatrice.
   $\sqrt{3}+5$; $2-3\sqrt{3}$; $-\sqrt{3}\times\sqrt{2}$; $\frac{2}{\sqrt{2}}$.

Résumé :

- **Comparaison**

Règle :

R_1 : Pour comparer deux nombres réels a et b, on peut étudier le signe de leur différence.

- $a-b < 0$ implique que $a< b$
- $a-b > 0$ implique que $a> b$
- $a-b = 0$ implique que $a=b$

Exp : $3-7=-4 < 0$ d'où $3 < 7$

R_2 : Soit a et b deux réels.

- $a^2\leq b^2$ implique que $a\leq b$
- $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$ implique que $a\leq b$

Exp : compare $3\sqrt{2}$ et 4.

$(3\sqrt{2})^2= 9\times2= 18$ et $4^2= 16$ or $18> 16$ d'où $3\sqrt{2} >4$.

- **Encadrement** :

Encadrer un nombre signifie écrire ce nombre entre deux valeurs l'une est inférieur à ce nombre et l'autre supérieur.

Exp : $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$

Règle : Soit a, b et c trois nombres réels.

- $a \leq b$ implique que $a+c \leq b + c$
- Si $c > 0$ et $a \leq b$ alors $ac \leq bc$
- Si $c < 0$ et $a \leq b$ alors $ac \geq bc$
- Si a et b sont deux nombres strictement positifs alors $a \leq b$ implique que $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

RQ : Il est important que le nombre que l'on multiplie de chaque coté de l'égalité soit positif. En multipliant par un nombre négatif, on inverse le sens de l'inégalité.

Exercice d'application :

Exo 1 :

1) Comparer 4 et $2\sqrt{2}$ et déduis le signe de $2\sqrt{2} - 4$.
2) Calculer $(2\sqrt{2}- 4)^2$.
3) Ecrire plus simplement $B= \sqrt{24 - 16\sqrt{2}}$.
4) En déduis un encadrement de B sachant que $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ puis donner l'amplitude de cet encadrement à 10^{-1} près.

Exo 2 :

Sachant que $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ encadrer les nombres suivants :

$A= \frac{3-5\sqrt{2}}{4}$; $B= \frac{3}{1+\sqrt{2}}$; $C= \frac{1}{2\sqrt{2}-3}$; $D = -2 +3\sqrt{2}$.

Devoirs : Trois exo du livre.

Correction de la situation problème : oui FOTSO a raison. Car TAMO a eu 1000f, NONO 750f et FOTSO 250f. $1000 > 250$ de plus $250 < 750 < 1000$.

Leçon 5 : **Intervalles dans R.** **Durée** : **1h**

Objectifs pédagogique :

- Reconnaitre un intervalle
- Déterminer la réunion et l'intersection de deux intervalles

Situation problème : Dans un champ rectangulaire dont les longueurs des cotes sont «95m » et « 40m », on veut planter des arbres d'une même rangée sont distants de « 5m » et ils sont situes a « 2,5m » du bord. Combien d'arbres peut – on planter ?

Pré – requis :

1) Qu'est ce qu'un intervalle ?
2) Citer les 4 cas qui peuvent être traités avec les intervalles.

Activité apprentissage : (D) est une droite munie du repère (O, I)

1) Tracer sur (D) l'ensemble des points dont les abscisses sont plus petites que -2 (en rouge)
2) Tracer sur (D) l'ensemble des points dont les abscisses sont plus grandes que 4 (en bleu)
3) Tracer sur (D) l'ensemble des points dont les abscisses sont plus grandes que -1 et plus petit ou égal a 3 (en noire).

Résumé :

- **Intervalles.**
  Un intervalle de R est une partie de R vérifiant une condition donnée. Les différents types d'intervalles de R sont répertoriés dans le tableau suivant dans lequel a et b sont des nombres réels tels que a $< b$

Intervalles	**Inégalités**	**Représentation graphique**
[a, b] intervalle fermé en a et en b	a$\leq x \leq b$	
] a, b] intervalle ouvert en a et fermé en b	a$< x \leq b$	
[a, b [intervalle ouvert en b et fermé en a	a$\leq x < b$	
] a, b [intervalle ouvert en a et en b	a$< x < b$	
] ← ; a] intervalle des réels inférieurs ou égaux à a	$x \leq a$	
] ← ; a [intervalle des réels inférieurs à a	$x < a$	
[a ; →[intervalle des réels supérieurs ou égaux à a.	$x \geq a$	
] a ; →[intervalle des réels > a	$x > a$	

Exp : x €]-2 ; → [implique que $x > -2$ et sa représentation graphique est :

x €] $-2; 1$] $implique\ que -2 < x \leq 1$ et sa représentation graphique est :]

RQ :

- L'amplitude d'un intervalle [a, b] est b-a.
- Le centre d'un intervalle [a, b [est $\frac{a+b}{2}$.

Exp : Considérons l'intervalle A= [-2 ; 5]

Son amplitude est : 5 – (-2)= 7 et son centre est : $\frac{-2+5}{2} = \frac{3}{2}$.

- **Réunion et intersection des intervalles dans R.**

Soit I et J deux intervalles de R :

- I U J se lit : « I union J »
- I n J se lit : « I inter J »
- I U J désigne l'ensemble des nombres réels qui appartiennent à I ou à J.
- I n J désigne l'ensemble des nombres réels qui appartiennent à I et à J.

Exp : On donne les intervalles suivants : I= [-2 ; 4] et J=] 0 ; 6]

Déterminer I U J et I n J.

I U J = [-2 ; 6] et I n J =] 0 ; 4].

Exercice d'application :

1) Traduire à l'aide d'inégalités :
   x €]$\leftarrow$; 2 [; x € $[-3;\rightarrow[$; x € $]-1;4]$
2) Traduire à l'aide d'intervalles :
   $$x > -\frac{1}{2} \; ; \; -3 \leq x \leq 1 \; ; \; x \leq 3 \; ; \; 1 < x < 4\,.$$
3) On donne les intervalles suivants : A=] $\leftarrow$; 3] et B= [-3 ; $\rightarrow$[
   Calculer A U B et A n B.

Devoirs : deux exercices du livre.

NB : le prof Complétera les représentations graphiques dans le cours.

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie

MINISTERE DE LA FONCTION PUBLIQUE ET DE LA REFORME ADMINISTRATIVE

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace-Work-Fatherland

MINISTRY OF THE PUBLIC SERVICE AND ADMINISTRATIVE REFORM

NOTE D'INFORMATION N°0004/MINFOPRA/CAB DU 20 Juillet 2018

Suite à des informations persistantes faisant état de l'existence d'un réseau de corruption mis en place par un groupe de répétition dans le cadre de la préparation des concours administratifs, le Ministre de la Fonction Publique et de la Réforme Administrative (MINFOPRA) informe les candidats et l'opinion publique qu'en ce qui concerne les recrutements organisés par le département ministériel dont il a la charge ou les concours d'entrée à l'ENAM, aucun individu ou groupe n'a été mandaté pour effectuer les cours de préparation, encore moins pour sélectionner des candidats.

Il invite les candidats et leurs proches à ne pas se laisser berner par des vendeurs d'illusions et autres escrocs dont les agissements délictueux sont sévèrement réprimés par les lois et règlements de la République.

Par conséquent, toute personne identifiée pour ces faits fera systématiquement l'objet des poursuites judiciaires auxquelles elle se sera volontairement exposée. A titre de rappel, l'article**163-1** du Code pénal applicable en la matière dispose que:

« (1) Est puni d'un emprisonnement de deux (02) à cinq (05) ans et d'une amende de deux cent mille (200 000) à deux millions (2.000.000) de francs ou de l'une de ces deux peines seulement, quiconque, en usant des pratiques de corruption, facilite l'admission ou provoque l'échec d'un candidat à un concours administratif ou à un examen.

(2) Est puni des peines prévues à l'alinéa 1er ci-dessus quiconque, en raison des pratiques de corruption, déclare admis un ou plusieurs candidats n'ayant pas composé. »

Enfin, le Ministre de la Fonction Publique et de la Réforme Administrative exhorte tous les candidats et usagers victimes ou témoins de telles pratiques à les dénoncer soit auprès de lui, à l'adresse électronique **joseph.le@minfopra.gov.cm** , soit auprès de la Cellule de Lutte contre la Corruption du MINFOPRA qui répond aux numéros **2 22 22 39 54**, **2 22 23 02 85** et **2 22 23 02 81** et au courriel **clcminfopra@gmail.com.**

Le MINFOPRA remercie à l'avance les usagers du service public pour leur contribution à l'œuvre d'éradication de la corruption et de la fraude aux concours administratifs.

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
REPUBLIC OF CAMEROON
The Minister
Le Ministre
MINISTRY OF PUBLIC SERVICE AND ADMINISTRATIVE REFORM
MINISTERE DE LA FONCTION PUBLIQUE ET DE LA REFORME ADMINISTRATIVE

Joseph Le

<u>Module 16</u> : Solides de l'espace.

<u>Chapitre 6</u> : Section d'une pyramide ou d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base.

<u>Leçon 1</u> : Section d'une pyramide, d'un cône. **<u>Durée</u> : 1h**

<u>Objectif pédagogique</u> : - Faire apparaitre sur la représentation d'une pyramide ou d'un cône la section de cet objet par un plan parallèle à la base.

<u>Motivation</u> : -Assembler les pièces d'un meuble ;

- Réaliser une maquette….

<u>Prérequis</u> : 1) Décrire une pyramide et un cône de révolution. Donner un patron dans chacun des cas.

2) Donner la formule du volume d'un cône et celle du volume d'une pyramide.

<u>Situation problème</u> : On veut mettre la toiture sur une maison de forme circulaire. La hauteur de cette maison est 2m et le diamètre 3m. Peut-on trouver la surface de ce toit

<u>Activité d'apprentissage</u>

Le père de Bouba a besoin de mettre la toiture sur sa maison de forme circulaire. Soit ci-contre sa maison.

Comment doit-il procéder ?

<u>Résumé</u> :

_La section d un cône de révolution par un plan parallèle à sa base est un cercle ou un disque dont le centre est situé sur l'axe du cône. De plus, si c'est un cercle alors, il est une réduction du cercle délimitant sa base. Si c'est un disque, il est un e réduction de la base.

_La section d une pyramide par un plan parallèle à sa base est un polygone de même nature que celui formant la base de la pyramide. De plus, si la base de la pyramide est formée par un polygone régulière centre du polygone réduit appartient au segment dont les extrémités sont le sommet de la pyramide et le centre du polygone de base.

<u>Exercice d'application</u> :

<u>Devoirs</u> :

<u>Leçon 2</u> : Eléments métriques : Aire latérale, aire totale. **<u>Durée</u> : 45 min**

<u>Objectifs pédagogiques</u> : - calculer l'aire latérale d'une pyramide ou d'un cône de révolution ;

- Calculer l'aire totale d'une pyramide ou d'un cône de révolution.

<u>Prérequis</u> :

_calculer l'aire d'un cercle ou d'un disque,

_calculer l'aire d'un polygone réguliers.

<u>Situation problème</u> : NONO veut déterminer l'aire totale de sa maison en forme d'un cône de révolution. Peux-tu l'aider à la déterminer ?

<u>Activité d'apprentissage</u>

Soit SABCD une pyramide à base le carré ABCD de cote 4cm et hauteur h=8cm.

1)Calculer l'aire du carré ABCD

2)calculer les aires des polygones suivants : SAB, SBD, SAC et SBC.

3)calculer la somme de toutes aires de deux précédentes.

<u>Résumé</u> :

- L'aire totale d'une pyramide ou d'un cône de révolutions est la somme des aires de toutes les faces de la pyramide ou du cône de révolutions.
- L'aire latérale d'une pyramide ou d'un cône de révolutions est la somme de toutes les faces latérales de la pyramide ou du cône de révolution.

<u>Exercice d'application</u> :

On considère un cône de révolution de rayon de base R, de sommet S et de hauteur SO. On donne SA=5cm et SO=4cm.

1)calculer l'aire de la base de ce cône.

2)calculer latérale et en déduire l'aire totale de ce cône.

<u>Devoirs</u> :

<u>Leçon 3</u>: Propriétés de réduction. **<u>Durée</u> : 45min**

<u>Objectifs pédagogiques</u> : Utiliser la propriété de réduction lors des calculs de longueurs, d'aires ou du volume du tronc d'un cône de révolution ou d'une pyramide.

<u>Prérequis :</u>

_Calculer l'Aire d'une pyramide ou d'un cône ;

_Calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône.

<u>Situation problème :</u>

Connaissant l'aire totale de sa maison sous forme d'un cône de révolution, le père de ALI demande à ce dernier qui fait la troisième de lui déterminer l'aire de cette maison après avoir enlevé la toiture.

Comment Ali doit-il procéder ?

<u>Activité d'apprentissage :</u>

On considère un cône de révolution de rayon de base R, de sommet S et de hauteur SO. On coupe le cône par un plan parallèle à sa base passant par M. On donne SA=5cm SM=2cm et SO=4cm. (voir figure ci-dessous)

1)Calculer le rayon R.

2)Calculer l'aire du disque de base el celle de la section de ce cône.

3)Exprimer l'aire du disque de base en fonction de celle de la section.

<u>Résume :</u>

Soit un cône de révolution de sommet S. Un cercle (C°) de centre O° est une réduction du cercle délimitant la base du cône obtenue en sectionnant le cône par un plan parallèle à sa base. Soit A un point du cercle de centre O, délimitant la base du cône et A° le point de (C°) appartenant au segment (SA).

Le coefficient de réduction noté k est :

K= SO°/SO=SA°/SA=O°A°/OA

<u>Propriété :</u>

Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k, les longueurs sont multipliées par les aires sont multipliées par k(au carré) et les volumes sont multipliés par k (au cube).

<u>Exercice d'application :</u>

En considérant le cône de l'activité d'apprentissage donnée ci haut, répondre aux questions suivantes :

1)Calculer le coefficient de réduction.

2)Calculer SO°.

3)Calculer le volume V1 du cône En déduire le volume V2 du petit cône. En déduire le volume V3 du troc de cône.

<u>Exercices à faire à la maison :</u>

Table des matières

Chapitre 7

STATISTIQUES

MODULE N°14 ORGANISATION ET GESTION DES DONNÉES

CRÉDIT : 11 heures

PRÉSENTATION DU MODULE

Ce module vise à rendre l'apprenant capable de traiter de façon réussie, des situations de vie de la famille « représentation, détermination des quantités et identification des objets par des nombres ». Il s'agit pour lui de :

❖ Déployer un raisonnement mathématique pour identifier et formaliser des situations de vie qui se rapportent aux applications affines, applications linéaires et aux statistiques.

❖ Résoudre des problèmes relatifs à des situations telles que le placement d'argent, la réduction au cours d'achat divers, le partage proportionnel, la collecte et l'exploitation des données, les interprétations des résultats des enquêtes ...

❖. Communiquer à l'aide du langage mathématique lorsque nécessaire.

Pour y parvenir, il est nécessaire de consolider et de renforcer les acquis sur les proportionnalités, les statistiques vues en quatrième tout en restant sur les habilités cognitives que sont la connaissance, la compréhension et l'application. Ce module est par excellence celui qui, à ce niveau d'étude, comporte des situations de vie les plus familières à l'élève.

LEÇON 1 : ÉTUDE D'UN CARACTÈRE QUANTITATIF

OBJECTIFS

❖ Consolider et de renforcer les acquis sur le calcul de la moyenne ;
❖ Représenter, interpreter un diagramme.

Pré-requis

❖ Calculer la moyenne d'une serie statistique à caractère quantitatif discret.
❖ Placer un point de coordonnées dans un repère orthogonal.

MOTIVATION

De les domaines de la politique(votes, scrutins), de la démographie (densité de la population,natalité,mortalité) et même en milieu scolaire (taux de réussite), les statistiques sont le plus souvent utilisées pour connaitre les tendances, les préférences, afin de pouvoir faire des prévisions et prendre de bonnes décisions. Ce chapitre tient donc une place importante dans la vie active. De plus il s'agit d'un chapitre qui est présent dans quasiment toutes les épreuves de BEPC.

SITUATION PROBLEME

L'extrait d'un bulletin scolaire d'un élève de troisième a été mouillé suite aux grandes inondations survenues dans la ville de Douala. Suite à cela, plusieurs nombres, y compris la moyenne ont été effacés. Retrouve les nombres effacés, puis calcule la moyenne.

Matière	Note	coef	Total
Maths	15	4	■
PCT	12	■	36
Anglais	■	■	23
TM	16	1	16
Français	■	3	39
Histoire	11	2	■
ECM	■	2	26
SVT	16	■	32
Info	10	2	20
Total		24	■
Moyenne : ■/20			

INTRODUCTION

La statistique est une branche des mathématiques qui s'occupe de la collecte et du traitement des données, dans le but d'en tirer des informations.
Nous donnons dans la suite un rappel du vocabulaire statistique de base.

Rappel du vocabulaire statistique.

Population : Ensemble des individus ou objets sur lesquels l'étude statistique est faite.
Effectif total : C'est le nombre total d'individus d'une population.
Caractère : Trait, critère permettant de décrire ou differencier les individus d'un population. Il en existe deux types :
☞ Caractère quantitatif : lorsque le caractère à étudier est mesurable. (Exemple : poids, taille, âge, etc)
☞ Caractère qualitatif : lorsque le caractère à étudier n'est pas mesurable. (Exemple :couleur des yeux, animal préféré, etc)
modalité : valeur que peut prendre un caractère.
Mode : modalité ayant le plus grand effectif.
frequence : C'est le rapport de l'effectif d'une modalité par l'effectif toatl. On a :

$$\boxed{f = \frac{effectif\ de\ la\ modalité}{Effectif\ total}}$$

Elle peut également être exprimée en pourcentage. On a donc :

$$\boxed{f en\ \% = \frac{effectif\ de\ la\ modalité}{Effectif\ total} \times 100}$$

1.1 Etude d'un caractère quantitatif

1.1.1 Organisation et traitement données

Les élèves d'une classe de troisième ont été interrogés sur leurs âges. on a obtenu les resultats suivants :

$\hat{a}ge$	13	14	15	16	17	$Total$
$Effectif$	6	3	4	3	4	20

1) Quel est l'âge le plus représenté ?
2)Combien d'élèves un âge plus grand ou égal à 15 ?

Combien d'élèves un âge plus petit ou égal à 15 ?

Solution :
1) L'âge le plus représenté est 13. C'est le **mode**.
2) Le nombres d'élèves ayant un âge plus grand ou égal à 15 est : $3 + 4 = 7$.
2) Le nombres d'élèves ayant un âge plus petit ou égal à 15 est : $6 + 3 + 4 + 3 = 16$. C'est l'**effectif cumulé croissant** de la modalité 15.

Définition 1.1.1. ☞ *On appelle mode d'une série statistique, la modalité ayant le plus grand effectif.*
☞ *On appelle effectif cumulé croissant de la modalité **k**, la somme des effectifs de chaque modalité inférieure ou égale à **k**.*
☞ *On appelle fréquence cumulée croissante de le modalité **k**, le rapport de l'effectif cumulé croissant de la modalité **k** par l'effectif total.*

1.1.2 Calcul de la moyenne

La moyenne est notée M ou $\bar{X}$.
Pour calculer la moyenne :
☞ On commence par effectuer les produits des modalités par les effectifs associés.
☞ On additionne tous ces produits.
☞ On divise la somme obtenue par l'effectif total.

$$\bar{X} = \frac{Somme\,(modalité \times effectif\ de\ la\ modalité)}{Effectif\ total}$$

Exercice d'application :
1)Dresse le tableau des effectis cumulés croissants et fréquences cumulées croissantes de la

série statistique de l'activité

2) Combien d'élèves ont un âge plus grand que 14 ?

3) Calcule la moyenne de cette série statistique.

Solution

$\hat{a}ge(x_i)$	13	14	15	16	17	$Total$
$Effectif(n_i)$	6	3	4	3	4	20
$E.C.C$	6	9	13	16	20	–
$F.C.C$	$\frac{6}{20} = 0,3$	$0,45$	$0,65$	$0,8$	1	–
$n_i \times x_i$	78	42	60	48	68	296

La moyenne est : $M = \dfrac{296}{20} = 14,8\ ans$

1.1.3 Représentation par des diagrammes

1.1.3.1 Diagramme circulaire

La représentation du diagramme circulaire d'une série statistique se fait à l'aide de la mesure de l'angle au centre de chaque secteur circulaire représentant chacune des modalités. Elle est donnée par :

$$\boxed{Mesure = \frac{Effectif\ de\ la\ modalité}{Effectif\ total} \times 360}$$

ou encore

$$\boxed{Mesure = frequence\ de\ la\ modalité \times 360}$$

Exercice d'application :

Le tableau statistique suivant donne les effectifs en fonctions de l'argent de poche journalier des élèves d'un lycée.

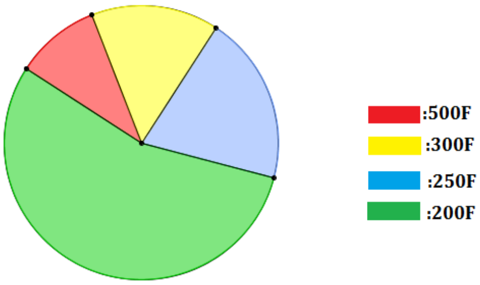
$Montant(Fcfa)$	200	250	300	500	$Total$
$Effectif$	363	132	99	66	

Construire le diagramme circulaire de cette série statistique :

Solution

$Montant(Fcfa)$	200	250	300	500	$Total$
$Effectif$	363	132	99	66	660
$Mesure$	198	72	54	36	360

Le diagramme est le suivant :



NB : Etant donné un diagramme circulaire, nous pouvons retrouver l'effectif de chaque modalité comme suit :

$$\boxed{E_m = \frac{Mesure \times Effectif\ Total}{360}}$$

1.1.3.2 Diagramme semi-circulaire

La représentation du diagramme circulaire d'une série statistique se fait à l'aide de la mesure de l'angle au centre de chaque secteur circulaire représentant chacune des modalités. Elle est donnée par :

$$\boxed{Mesure = \frac{Effectif\ de\ la\ modalité}{Effectif\ total} \times 180}$$

ou encore

$$\boxed{Mesure = frequence\ de\ la\ modalité \times 180}$$

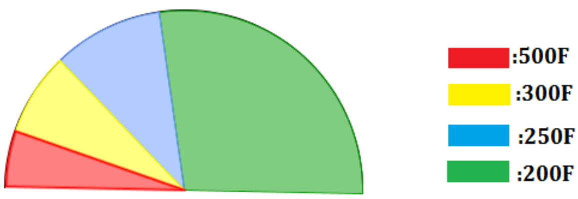
Exercice d'application :

Construire le diagramme semi-circulaire de la série statistique suivante de l'activité précédente :

Solution

$Montant(Fcfa)$	200	250	300	500	$Total$
$Effectif$	363	132	99	66	660
$Mesure$	99	36	27	18	180

Le diagramme est le suivant :



<u>$\mathbb{NB}$:</u> Etant donné un diagramme semi-circulaire, nous pouvons retrouver l'effectif de chaque modalité comme suit :

$$\boxed{E_m = \frac{Mesure \times Effectif\ Total}{180}}$$

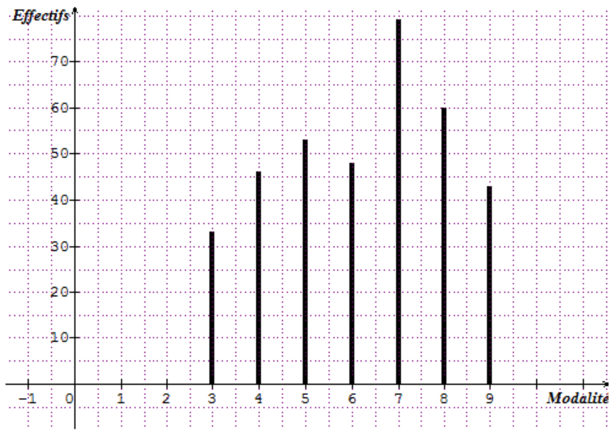
1.1.3.3 Diagramme en bâtons

Pour construire un diagramme en bâton, on construit un repère orthogonal, ensuite on placeen abscisse les modalités, et en ordonnée les effectifs. Ici, chaque modalité est représentée par un bâton dont la longueur est proportionnelle à son effectif.

<u>Application</u>
Construire le diagramme en batons de la série statistique suivante, puis déterminer son mode.

$modalité$	3	4	5	6	7	8	9
$Effectif$	33	46	53	48	79	60	43

<u>Solution</u>



1.1.3.4 Les diagrammes à lignes brisées

Les diagrammes à lignes brisées qu'on appelle aussi diagrammes linéaires et aussi diagrammes à courbes sont utilisés pour illustrer la progression ou la régression de données enregistrées dans le temps.

Pour construire un diagramme à lignes brisées :
☞ On construit un repère orthogonal, puis on place en abscisse les modalités(le temps) et en ordonnée les effectifs.
☞ On place les points correspondant à chaque couple de valeurs.
☞ On relie par un segment, chaque point à son successeur.

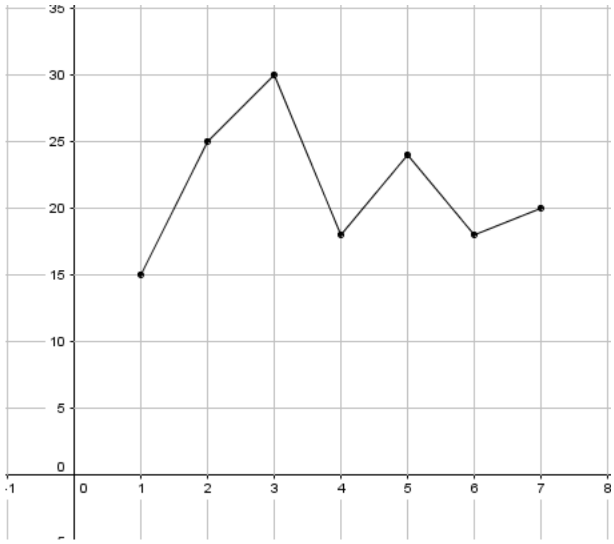
Application

Le tableau ci dessous donne l'évolution de temperature dans la ville de kribi, durant les 10 premiers jours de janvier.

$Jour$	1	2	3	4	5	6	7
$Temperature$	15	25	30	18	24	18	20

Construis le diagramme à ligne brisées associé à cette série statistique.

Solution



LEÇON 2 : SERIE REGROUPÉE EN CLASSES

1.2 Serie regroupée en classes

OBJECTIFS

❖ Regrouper une population en classes d'égales amplitudes ;
❖ Déterminer la (ou les) classe(s) modale(s) d'une série statistique ;
❖ Calculer la moyenne d'une série statistique regroupée en classes ;
❖ Représenter ou interpréter un diagramme.

MOTIVATION

Dans dans situations de collecte de données avec de très grand effectifs, l'on est souvent amené à regrouper les données pour un traitement plus simple et plus rapide en temps. Cette leçon nous donne les éléments de base nécessaires à un tel traitement.

Pré requis

❖Reconnaitre si un nombre appartient ou pas à un intervalle.

SITUATION PROBLEME

Le proviseur d'un lycée de Kribi voudrait connaître l'âge moyen des élèves de la classe de troisième de son établissement scolaire. Les effectifs étant plétoriques, il ne peut relever tous les âges. Cependant en les regroupant, il vient que 102 élèves ont un âge compris entre 11 et 13 ans ; 83 élèves ont un âge compris entre 83 et 16 ans ; 90 élèves ont un âge compris entre 17 et 19 ans. Quelle est l'âge moyen des élèves de troisième de ce lycée ?

1.2.1 Organisation des et traitement données

a et b sont deux nombres réels tels que $a < b$

Définition 1.2.1. ☞ *On appelle* **classe**, *tout intervalle de la forme* $[a; b[$
☞ *L'amplitude de la classe* $[a; b[$ *est le nombre* $b - a$
☞ *Le centre de la classe* $[a; b[$ *est le nombre* $\dfrac{b+a}{2}$

Activité

Après un devoir de mathématiques, l'enseignant de mathématiques d'une classe de troisième lit les notes de ses élèves :

2	3	3	5	4	3	5	7	11	14
12	13	15	17	18	8	13	14	11	8
6	7	3	16	6	4	4	8	15	12
11	10	9	11	8	5	6	14	12	9
7	8	8	9	8	11	11	14	11	13
2	16	12	14	5	15	5	17	12	5

1) Recopie et complète :

$Classe$	$[0; 4[$	$[4; 8[$	$[8; 12[$	$[12; 16[$	$[16; 20[$	$Total$
$Effectif$						
$centre$						$-$
$effectif \times centre$						
$amplitude$						$-$

1) Quelle est l'amplitude de chaque classe ?
2) Quelle est la classe ayant le plus grand effectif ? Quel est son centre ?
3) Donne ne nombre d'élèves ayant au moins 8
4) Donne ne nombre d'élèves ayant moins de 8
5) Donne le nombre d'élèves ayant une note appartenant à l'intervalle [4 ;16[
6) Divise la somme de $effectif \times centre$ par l'effectif total.

Resumé

Lorsqu'une série est regroupée en classes de mêmes amplitude, alors
☞ La classe modale est la classe ayant ayant le plus grand effectif.
☞ La moyenne d'une série statistique regroupée en classe est le quotient de la **somme des (effectifs × centres)** par l'effectif total.

Exercice d'application

Détermine la moyenne de la série statistique suivante :

Classe	[0; 5[	[5; 10[	[10; 15[	[15; 20[	[20; 25[
Effectif	7	10	8	25	4

1.2.2 Représentation par des diagrammes

1.2.2.1 Histogramme

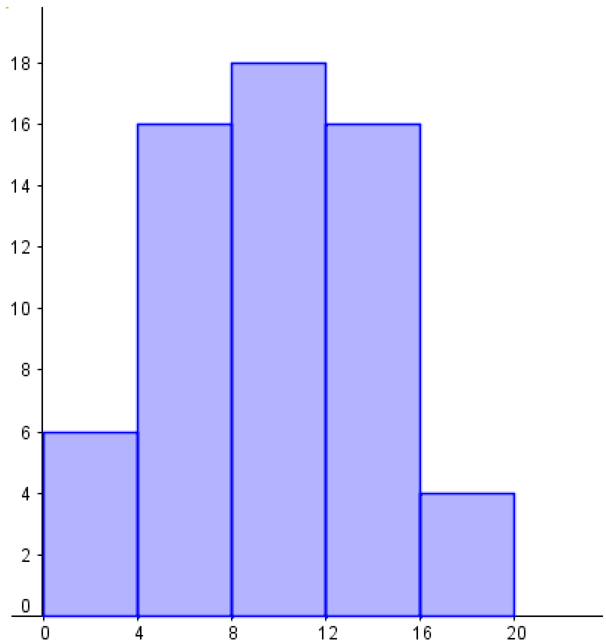
L'histogramme d'une série statistique regroupées en classes d'égales amplitudes ets représenté par des rectangles dont les "hauteurs" sont proportionnelles aux effectifs ou frequences et les "largeurs" correspondent aux amplitudes des classes associées.

Exercice d'application

Construire l'histogramme de la série statistique suivante :

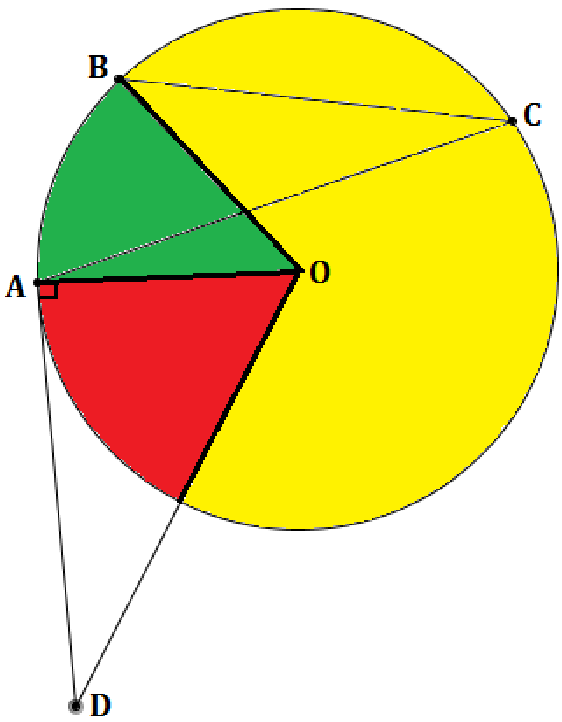
Classe	[0; 4[	[4; 8[	[8; 12[	[12; 16[	[16; 20[
Effectif	6	16	18	16	4

Solution



Exercices à faire

Integration(Angles inscrits, trigonométrie dans le triangle rectangle, statistiques)



Le disque ci-dessus représente le diagramme circulaire d'une série statistique. La partie en vert représente les personnes dont l'âge est dans l'intervalle $[9;13[$, la partie en rouge représente les personnes dont l'âge est dans l'intervalle $[13;17[$, et enfin, partie en vert représente les personnes dont l'âge est dans l'intervalle $[17;21[$. Lors de la construction, Essama a oublié certaines données. Cependant il a relevé les informations suivantes : $OB = 3cm$; $OD = 6cm$ et $mes\widehat{ACB} = \frac{\pi}{4}$ $radians$

L'effectif total est 660.

1) Détermine en degrés, $mes\widehat{AOD}$ et $mes\widehat{AOB}$

2) Recopie et complète le tableau statistique suivant :

$Classe$	$[9;13[$	$[13;17[$	$[17;21[$
$Effectif$			
$centre$			

3) Détermine la classe modale et la moyenne de la série statistique.

4) Construis l'histogramme associé à la série.

Module 15 : **CONFIGURATION ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN**

Chapitre 8 : **ANGLES INSCRITS ET POLYGONES REGULIERS**.

Leçon 1 : **Angles inscrits.** **Durée** : **50min**

Objectifs pédagogiques: Reconnaissance des formes planes et transformations dans l'environnement physique.

Motivation: Utiliser les mathématiques en toute confiance pour résoudre des problèmes de la vie quotidienne. Communiquer et mener un raisonnement mathématique.

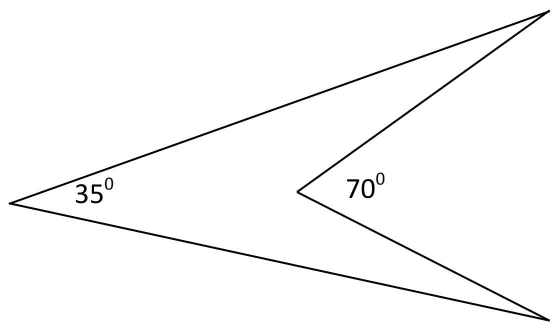
Pré-requis :

1) Combien d'angles contient un triangle ?

2) Donner la relation entre les mesures des angles d'un triangle.

Situation problème:

Pour confectionner le col (dit col « v ») d'un vêtement, Mr EBOGO utilise une pièce de tissu de forme triangulaire dont un angle au sommet mesure 35^0. Mr EBOGO Souhaite couper un morceau sous forme triangulaire suivant la base de l'angle 35^0 de sorte que l'angle sommet ayant la même base avec le morceau de tissu initial soit 70^0 (c'est-à-dire le double de l'angle initial 35^0). Aide Mr EBOGO a réalisé son col.



Activité d'apprentissage:

Soit $(\mathcal{C})$ un cercle de centre O et de rayon 1.5cm.

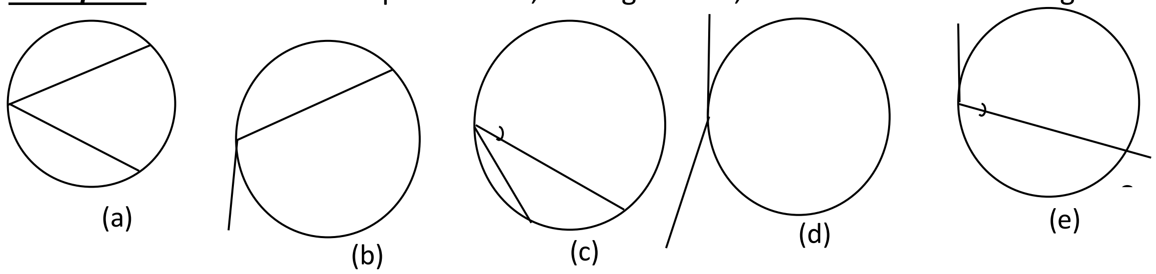
1) Construire $(\mathcal{C})$ et place les points A, B et C sur $(\mathcal{C})$ tel que le centre O soit dans le triangle ABC.
2) Démontrer que les triangles ABO, ACO et BCO sont tous isocèles.
3) a) Donner une relation entre mes ($\widehat{AOB}$) et mes ($\widehat{ABO}$).
   b) Donner une relation entre mes ($\widehat{AOC}$) et mes ($\widehat{CAO}$).
   c) Donner une relation entre mes ($\widehat{COB}$) et mes ($\widehat{BCO}$).
   d) Donner une relation entre mes ($\widehat{ABC}$), mes ($\widehat{ACB}$) et mes ($\widehat{BAC}$).
   e) Donner une relation entre mes ($\widehat{ABO}$), mes ($\widehat{BCO}$) et mes ($\widehat{CAO}$).
4) En utilisant la question 3), donner une relation entre mes ($\widehat{ACB}$) et mes ($\widehat{AOB}$).

Résumé *:*

Définition: *angle inscrit*

Dans un cercle, un angle inscrit est un angle dont le sommet est sur le cercle et dont les côtés coupent le cercle.

Exemple1: 1. Dans l'activité précédente, les angles$\widehat{BAC}$, $\widehat{BCA}$ et $\widehat{ABC}$ sont les angles inscrits.



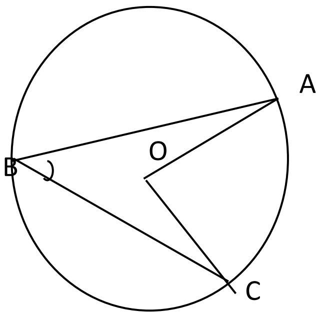
2. Les angles sur les figures (a) et (c) sont inscrits par contre les angles sur les figures (b), (d) et (e) ne sont pas inscrits

Définition: *angle au centre*

Dans un cercle, un angle au centre est un angle dont le sommet est le centre d'un cercle.

Exemple 2: Dans l'activité précédente, les angles$\widehat{BOC}$, $\widehat{BOA}$ et $\widehat{AOC}$ sont les angles au centre.

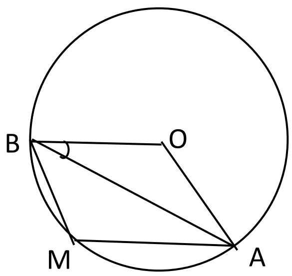
Propriété 1: Dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc (petit arc), alors la mesure de l'angle au centre est le double de celle de l'angle inscrit.



mes ($\widehat{COA}$)= 2mes($\widehat{CBA}$)

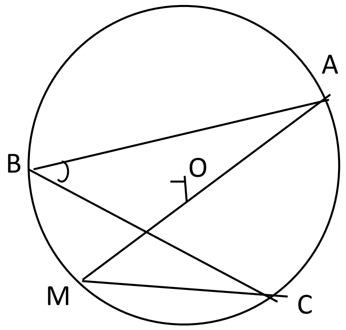
Exemple 3: Dans l'activité précédente, les angles mes **(**$\widehat{\mathrm{BOA}}$)= 2mes($\widehat{\mathrm{BCA}}$).

Propriété 2: Dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc (grand arc), alors la relation entre l'angle au centre et l'angle inscrit est donnée par :



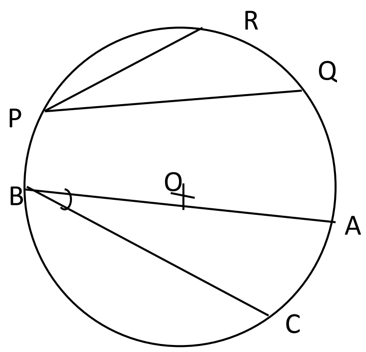
mes ($\widehat{AOB}$)= 360^0 - 2mes($\widehat{AMB}$)

Propriété 3: Dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.



mes ($\widehat{CBA}$)= mes($\widehat{CMA}$)

Propriété 4: Deux angles inscrits qui interceptent les arcs de même longueur ont la même mesure.



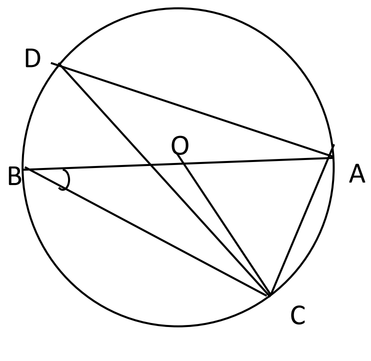
mes ($\widehat{QPR}$)= mes($\widehat{CBA}$)

Exercice d'application:

1) Soit ABC un triangle équilatéral et O son centre de gravité. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{BOA}$.
2) Soit PQR un triangle dont mes($\widehat{PQR}$)=45^0 et mes($\widehat{PRQ}$)=80^0 ; soit I le centre du cercle circonscrit du triangle PQR. Détermine mes($\widehat{QIR}$) .

Devoirs :

A- On considère la figure ci-dessous :



1- Donner la nature du triangle ABC

2- Recopier et compléter les tableaux ci-dessous

Angles	$\widehat{ABC}$	$\widehat{ADC}$	$\widehat{BAC}$	$\widehat{AOC}$	$\widehat{ACB}$
Mesures	30^0				

3- Donner la nature du triangle AOC.

B- Quatre exercices du livre sur le chapitre.

Leçon 2 : *Polygones réguliers* **Durée : 50 min**

Objectifs pédagogiques : Reconnaissance des formes planes et transformations dans l'environnement physique.

Motivation : Utiliser les mathématiques en toute confiance pour résoudre des problèmes de la vie quotidienne. Communiquer et mener un raisonnement mathématique.

Pré-requis:

Trace un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon 2cm.

Place deux points A et B sur le cercle $(\mathcal{C})$ tel que mes($\widehat{AOB}$)=49^0.

Place un point C sur le cercle $(\mathcal{C})$ tel que les arcs $\widehat{AB}$ et $\widehat{BC}$ ont la même longueur.

Situation problème:

Le patriote camerounais Ali veut réaliser le drapeau de son pays, mais il a un problème de réaliser l'étoile d'or au cœur du drapeau. Aide Ali à réaliser cette étoile.

Activité d'apprentissage :

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 2cm.

1) Construire ce triangle et place un point D symétrie de A par rapport à l'axe (BC).
2) Construire les points E, F et G respectivement symétrie centrale par rapport à B des points A, C et D.
3) Montre que les points A, C, D, E, F et G appartiennent au cercle de centre B et de rayon 2cm.
4) Sur la figure ci-dessus, donne 9 figures géométriques ayant 3 côtés de même longueur et les angles aux sommets de même mesure ; une figure géométrique ayant 6 côtés de même longueur et les angles aux sommets de même mesure.

Résumé :

Définition: *Polygone régulier*

Un polygone régulier est un polygone qui a tous ses côtés de même longueur et tous ses angles de même mesure.

Propriété 1: Si un polygone est régulier, alors il est inscriptible dans un cercle. Le centre du cercle est appelé ***centre du polygone.***

Propriété 2: Si un polygone est régulier, alors la mesure de chaque angle au centre interceptant un côté du polygone est égale à : $\frac{360^0}{n}$ où n est le nombre de côté du polygone.

Exemple: Tableau récapitulatif

Nombre de côtés	Polygones régulier
3	Triangle équilatéral
4	Carré
5	Pentagone régulier
6	Hexagone régulier
7	Heptagone régulier
8	Octogone régulier
9	Ennéagone régulier
10	Décagone régulier

Exercice d'application:

1) a) Construire un Octogone régulier ABCDEFGH.
   b) En déduire un carré et 2 rectangles.
2) a) Construire un décagone régulier ABCDEFGHIJ.
   b) En déduire deux pentagones réguliers.
   c) En vous servant de la question a) réalisez une étoile.

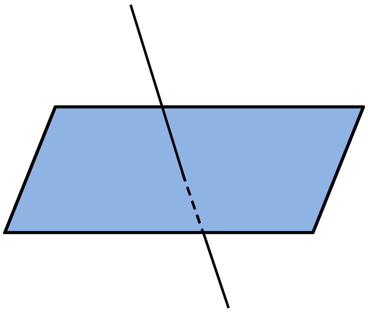
Devoirs : Cinq exercices dans le livre sur le chapitre.

PYRAMIDE ET CONE DE REVOLUTION

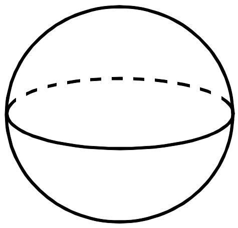
I) Perspective cavalière :

Les solides de l’espace sont représentés en perspective cavalière. Les conventions suivantes sont à respectées :

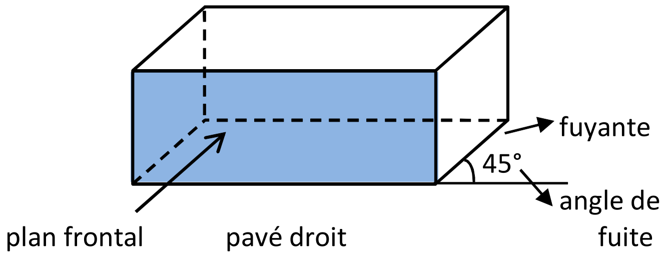
- une droite est représentée par un segment de cette droite
- tous les segments non visibles sont représentés en pointillés
- des droites parallèles sont représentées par des droites parallèles
- un plan est représenté par une portion de ce plan, en général un rectangle, dont la vue en perspective est un parallélogramme
- une sphère est représentée par un disque
- les figures représentées dans un plan vu de face (appelé plan frontal) sont représentées en vrai grandeur (ou à l’échelle), la forme, les angles et la perpendicularité sont respectés.
- On prend en général un angle de fuite de 45° (voir 30°) et la longueur des fuyantes est multiplié en général par 0,5 (voir 0,7).



plan et droite



sphère



pavé droit

Exemple :

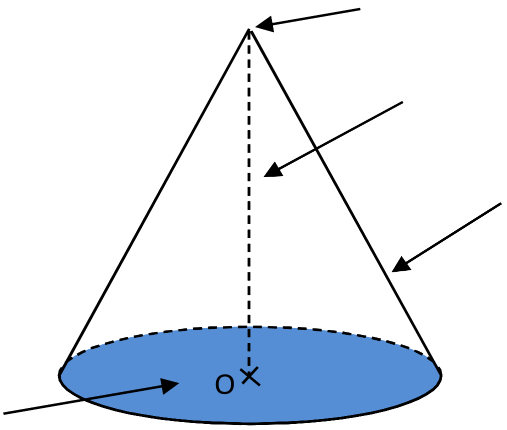
Construire en perspective cavalière un cube d’arête 6 cm.

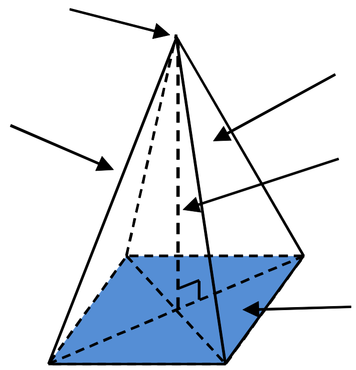
II) Activité :

1) Visionnage de la vidéo

2) Questionnaire

a) Compléter les figures suivantes :

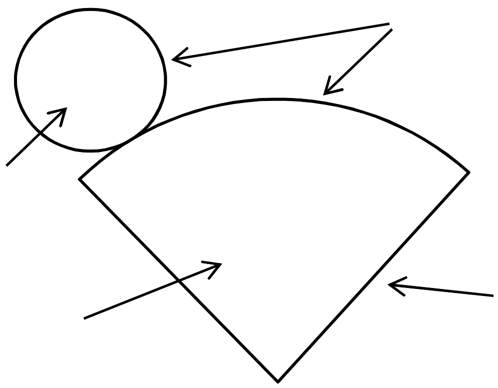


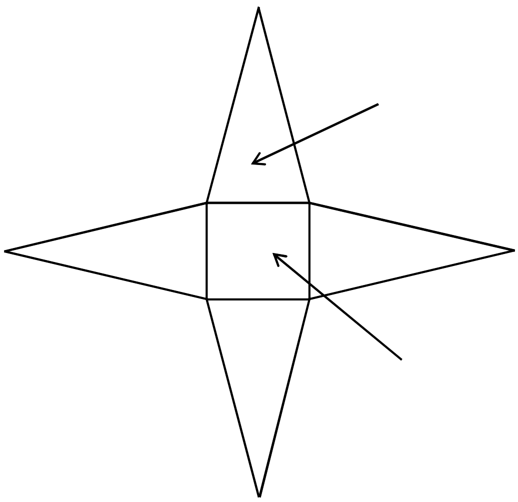


b) Donner la formule du volume d'un cône de révolution

Donner la formule du volume d'une pyramide

c) Donner le nom et compléter les figures suivantes :





d) Qu’est-ce qu’une pyramide régulière ?

III) Pyramide :

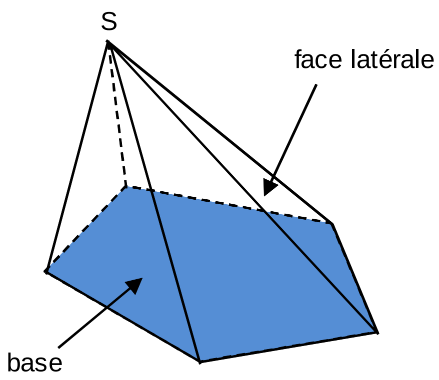
1) Définition :

Une pyramide est un solide dont :

- **une face est un polygone : on l’appelle base.**
- **les autres faces sont des triangles: on les appelle faces latérales.**
- **les côtés communs à deux des faces sont les arêtes.**
  en particulier, les côtés communs à deux des faces latérales sont les arêtes latérales.

Dans une pyramide, il y a plusieurs sommets : les sommets de la base et le point d’intersection des faces latérales, ce dernier est appelé le sommet de la pyramide.

Exemple :



On donne une pyramide ci-dessus :

Quelle est la nature de la base ?

Combien cette pyramide possède-t-elle de faces latérales ?

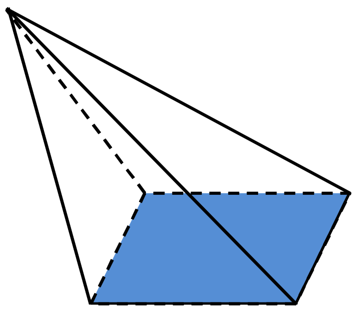
Combien cette pyramide possède-t-elle d’arêtes ?

Combien cette pyramide possède-t-elle d’arêtes latérales ?

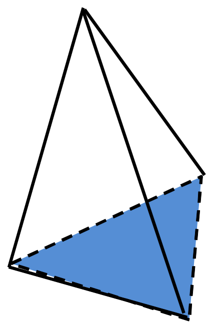
Combien y-a-t-il de sommets dans cette pyramide ?

Combien y-a-t-il de sommets, appelés sommets de la pyramide ?

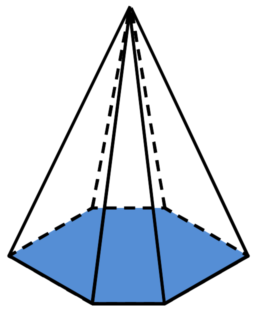
2) Exemples de pyramide :



Pyramide à base carrée



Pyramide à base triangulaire appelée tétraèdre

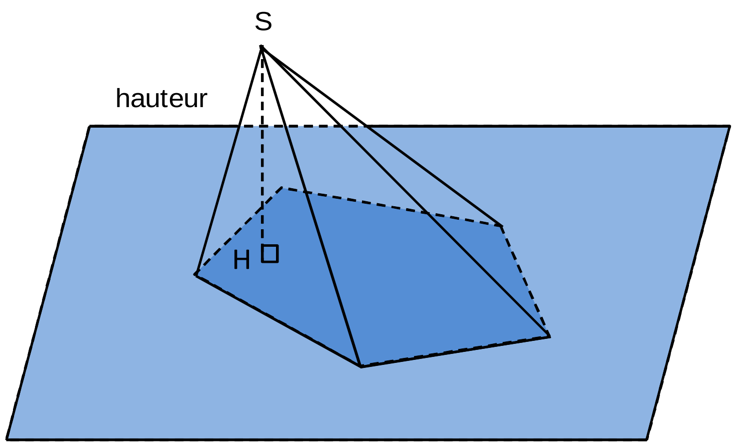


Pyramide à base hexagonale

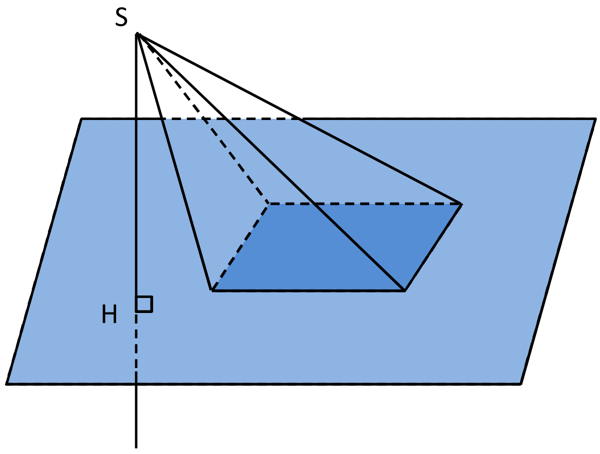
3) Hauteur d'une pyramide :

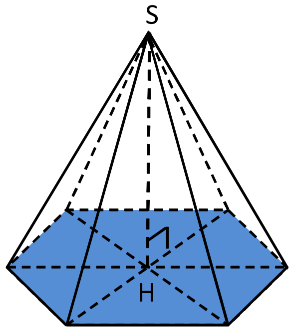
Définition :

Soit une pyramide de sommet S
Soit H le point du plan de base tel que la droite (SH) est perpendiculaire à ce plan.
La hauteur de la pyramide est le segment [SH]. On appelle aussi hauteur la distance SH (c'est-à-dire la longueur du segment [SH]).



Exemple :





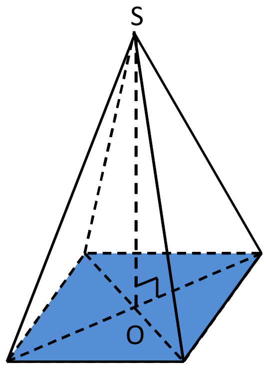
4) Pyramide régulière :

Définition :

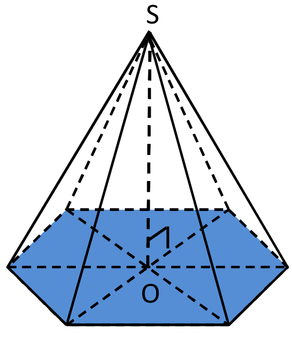
Une pyramide de sommet S est régulière si :

- **sa base est un polygone régulier de centre O**
- **sa hauteur est le segment [SO]**

Exemple :



Pyramide régulière à base carrée



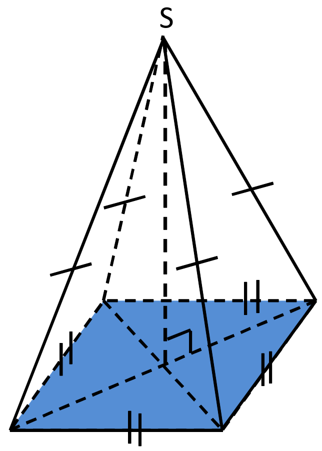
Pyramide régulière à base hexagonale

Conséquence :

Les faces latérales d'une pyramide régulière sont tous des triangles isocèles superposables, c'est-à- dire :

- les côtés latéraux des triangles ont tous la même longueur
- les côtés de base des triangles ont tous la même longueur
- les mesures des angles de base des triangles sont toutes égales

- les mesures des angles liés au sommet des triangles sont toutes égales



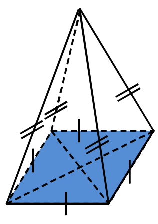
5) Patron d’une pyramide :

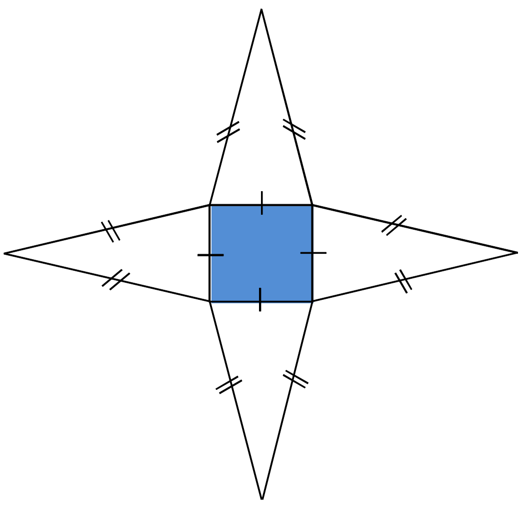
Définition :

Le patron d’une pyramide est un dessin qui permet après découpage et pliage de fabriquer la pyramide.
Il est constitué d’un polygone qui correspond à la base de la pyramide et de triangles qui correspondent aux faces latérales de la pyramide.

Exemple:

Patron d’une pyramide régulière à base carrée.

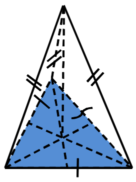


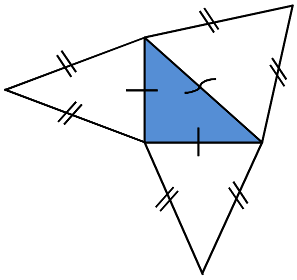


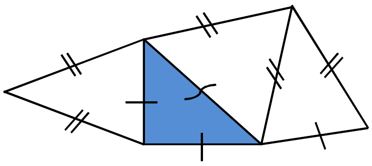
Remarque :

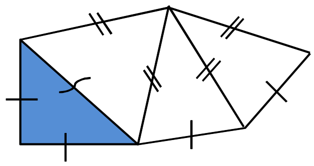
Pour une même pyramide, il y a plusieurs patrons possibles.

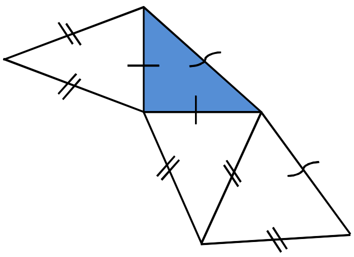
Par exemple, on donne ci-dessous plusieurs patrons d'une pyramide dont la base est un triangle rectangle isocèle.

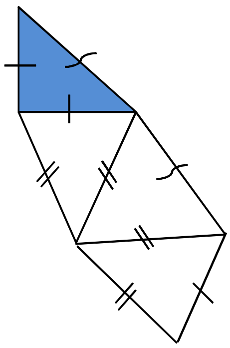












Exemple :
Construire un patron d'une pyramide régulière dont la base est un triangle équilatéral de 3 cm de côté et dont la longueur d'une arête latérale est de 5 cm.

6) Volume d'une pyramide :

Le volume d'une pyramide est égale à $\frac{1}{3}$ de l'aire de sa base multipliée par sa hauteur.

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h$$

où B est l'aire de la base et h la hauteur

Exemple :
Calculer le volume, en cm^3, d'une pyramide à base carrée de côté 5 cm et de hauteur 18 cm.

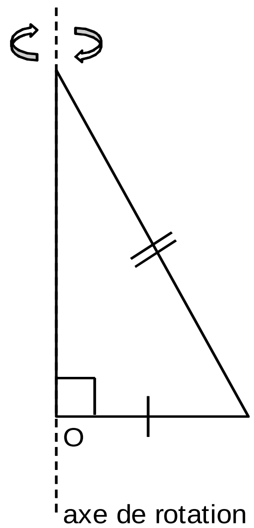
IV) Le cône de révolution :

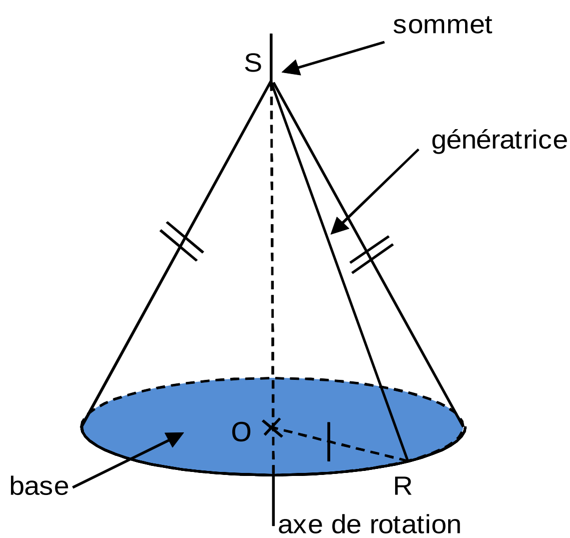
1) Définition :

Un cône de révolution est le solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour d'un des côtés de son angle droit.

Un cône de révolution est formé :
- **d'un disque appelé base**
- **d'une surface courbe appelée face latérale**
- **d'un point appelé sommet du cône**

Le segment joignant le sommet du cône et un point du cercle définissant le disque de base est appelée une génératrice.

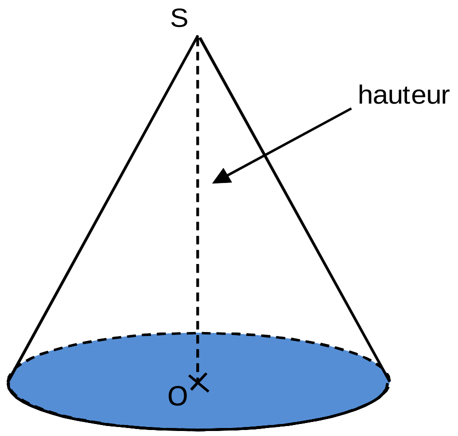




<u>Remarque :</u>
La longueur du côté de l'angle droit du triangle rectangle, ne générant pas l'axe de rotation est égale au rayon du disque de base.
La longueur de l'hypoténuse du triangle rectangle est égale à la longueur d'une génératrice.

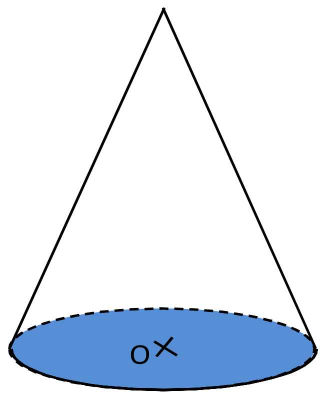
2) Hauteur d'un cône de révolution :

La hauteur d'un cône de révolution est le segment joignant son sommet au centre du disque de base. On appelle aussi la longueur de ce segment.



<u>Remarque :</u>
La hauteur du cône est égale à la longueur du côté de l'angle droit générant l'axe de rotation.

<u>Exemple :</u>
On dispose d'un cône de révolution dont le disque de base a un rayon de 2 cm et dont la longueur d'une génératrice est de 5 cm.

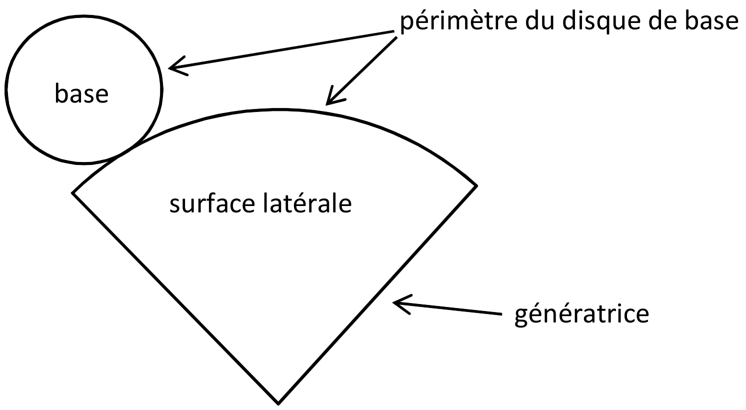


1) Construire la hauteur du cône.
2) Calculer la hauteur du cône.

3) Patron d'un cône de révolution :

Définition :

Le patron d'un cône de révolution est formé d'un disque de base et d'un secteur circulaire. La longueur de l'arc de cercle de ce secteur est égale au périmètre du cercle.



Exemple :
Construire le patron d'un cône de révolution dont le rayon de la base est 2 cm et dont la longueur de la génératrice est 5 cm.

4) Volume d'un cône :

Le volume d'un cône est égale à $\frac{1}{3}$ de l'aire de sa base multipliée par sa hauteur.

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h$$

où B est l'aire du disque de la base et h la hauteur

Exemple :

Calculer le volume, en cm^3, d'un cône de hauteur 11 cm et dont le rayon du disque de base mesure 4 cm (on donnera l'arrondi au dixième).

V) Aire d'un solide :

1) Aire totale d'un solide :

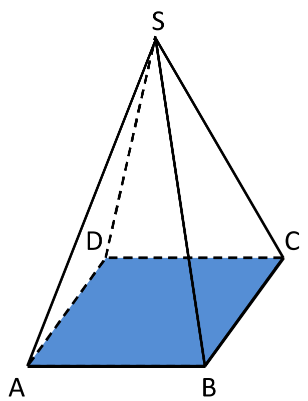
Définition :
L'aire totale d'un solide est la somme des aires de toutes les faces du solide.

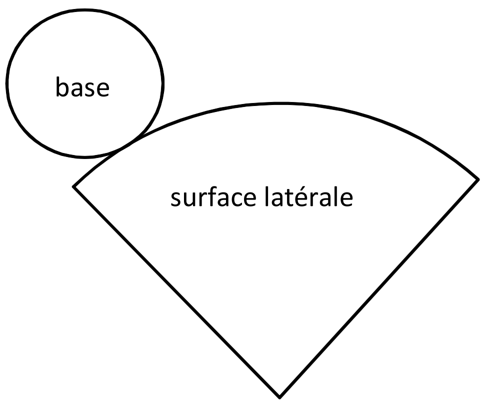
2) Aire latérale d'un solide :

Définition :
L'aire latérale d'un solide est la somme des aires de toutes les faces latérales du solide.

Remarque :
L'aire latérale d'un solide est donc égale à :
l'aire totale du solide – l'aire de sa base

3) Exemples :





Aire totale de la pyramide :
Somme des aires des faces SAB, SBC
SCD et SDA + aire de la base ABCD

Aire totale du cône :
Aire de la base + aire de la surface latérale

Aire latérale de la pyramide :
Somme des aires des faces SAB, SBC
SCD et SDA

Aire latérale du cône :
Aire de la surface latérale

Classe: 3e

Module 13: CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ÉLÉMENTAIRES DU PLAN

Chapitre 9: MULTIPLICATION D'UN VECTEUR PAR UN REEL ET COORDONNEES D'UN VECTEUR.

Leçon 1: MULTIPLICATION D'UN VECTEUR PAR UN REEL

Durée: ……. heures

Objectif pédagogique:

- ✓ Construire le vecteur $k\vec{\imath}$ connaissant $\vec{\imath}$ et k.
- ✓ Utiliser une égalité vectorielle pour justifier le parallélisme de deux droites et l'alignement de trois points

Motivation : De nombreuses situations dans la vie de tous les jours font intervenir les vecteurs, par exemple en aviation, en physique, ce cours nous donnera les outils nécessaires pour comprendre ces notions.

I- INTRODUCTION :

Contrôle de pré requis

Vérifier la notion des vecteurs vue en 4e (définition ; égalité de vecteurs ; opposé d'un vecteur ; relation de Chasles ; sommes de vecteurs etc…)

Situation problème :

Un avion vole vers le Sud-Est à une vitesse constante. La météo annonce un vent soufflant vers le nord à une vitesse trois plus importante que habituellement. Détermine le vecteur-vitesse résultant de l'avion par rapport au sol.

II- ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Soit ABC trois points non alignés.

1- Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.
2- Construire le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
3- Justifier que C est le milieu du segment $[DE]$.

III- RESUME

1- Notion de vecteurs

Un vecteur est un segment de droite orienté ayant une origine et une extrémité et caractérisé par une direction, un sens et une longueur.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour origine le point A, pour extremité le point B et est caracterisé par :

- Direction : celle de la droite (AB).
- Sens : de A vers B.
- Longueur : la longueur du segment $[AB]$.

Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ ou $\overrightarrow{BB}$ est le vecteurs nul, on note $\vec{0}$.

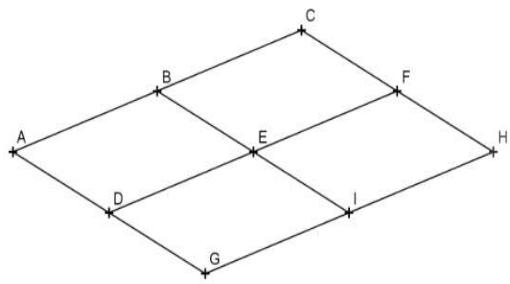
Deux vecteurs sont opposés s'ils ont la même direction, même longueur, mais de sens différents ; le vecteur $\overrightarrow{BA}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$, on le note encore $-\overrightarrow{AB}$.

Deux vecteurs sont égaux s'ils ont la même direction, le même sens, et la même longueur.

__**Exemple 1:**__

Dans la figure ci-contre ABED, BCFE,DEJG et EFHI sont des parallélogrammes superposables.

a) Citer deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AD}$;$\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AG}$.
b) Citer deux vecteurs opposés à $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AD}$;$\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AG}$.



2- Opérations sur les vecteurs.

a) Somme de deux vecteurs.

<u>Relation de Chasles</u> : ABC sont trois points quelconques, la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ est le vecteur $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

❖ Somme de deux vecteurs de même direction :

Le vecteur somme de deux vecteurs de même direction et de même sens a la même direction et le même sens que les vecteurs à sommer et sa longueur est la somme des longueurs des vecteurs à sommer.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$;

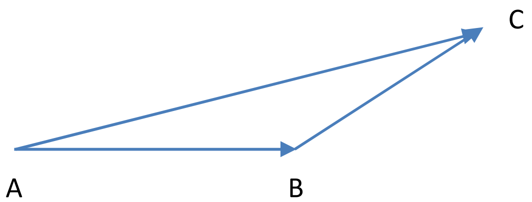
Le vecteur somme de deux vecteurs de même direction et de sens contraire a la même direction que les vecteurs à sommer mais son sens est celui du vecteur qui a la plus grande longueur et sa longueur est la différence entre la plus grande longueur et la plus petite.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

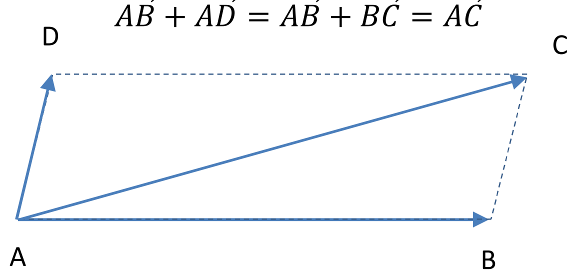
❖ Somme de deux vecteurs de direction différente :

Pour construire la somme de deux vecteurs de directions différentes, il suffit de conserver l'un d'eux et de construire un vecteur égal au deuxième vecteur, ayant pour origine l'extrémité du premier vecteur.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$;



$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



b) Multiplication d'un vecteur par un réel.

Pour tout réel k et pour tout vecteur $\vec{u}$ non nul, le vecteur $k\vec{u}$ est tel que :

- $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ sont de même direction.
- $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ sont de même sens si $k > 0$ et de sens contraire si $k < 0$.
- $k\vec{u}$ a pour longueur $|k|\vec{u}$

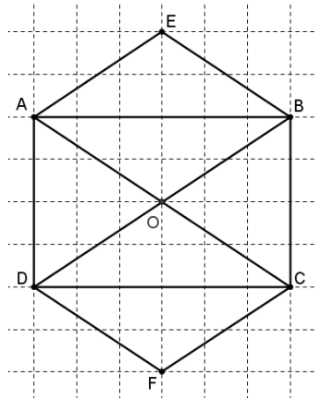
Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires ou de même direction, s'il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$ ou $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$.

Propriétés :

- Trois points A, B et C sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
- Un quadrilatère ABCD est un parallélogramme si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont égaux ou encore si les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu.
- Un point I est milieu d'un segment $[AB]$ si et seulement si, $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$ ou $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

<u>Exemple 2:</u>

Calculer les sommes vectorielles indiquées en utilisant la figure ci-contre :



a) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AO}$

b) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{DF}$

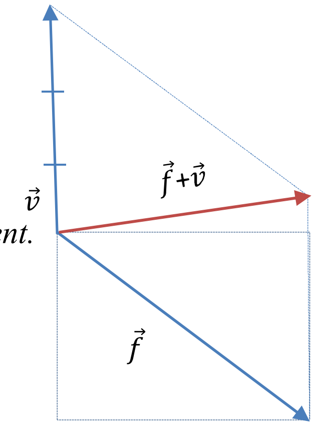
c) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{AO}$

d) $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{FC}$

e) $\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AE}$

IV- EXERCICES D'APPLICATIONS

Exercice:



Résolution de la situation problème.

Soit $\vec{f}$ le vecteur vitesse de l'avion et $\vec{v}$, le vecteur vitesse du vent habituellement.

Le vecteur-vitesse résultant de l'avion par rapport au sol est le vecteur $\vec{f} + \vec{v}$

V- CONCLUSION

Jeux bilingue :

Devoirs : Exercices

Leçon 2: COORDONNÉES D'UN VECTEUR

Durée: ……. heures

Objectif pédagogique:

- ✓ Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ connaissant les coordonnées des points A et B.
- ✓ Calculer les coordonnées d'un des points A, B connaissant les coordonnées de l'autre point et celles du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
- ✓ Déterminer les coordonnées du vecteur somme de deux vecteurs, du vecteur $k\vec{u}$ (k et $\vec{u}$ donnés).
- ✓ Justifier que deux vecteurs donnés par leurs coordonnées sont colinéaires ; orthogonaux.
- ✓ Calculer la distance entre deux points donnés par leurs coordonnées dans un repère orthonormé.

Motivation : Les situations de la vie courante telle que l'aviation fait intervenir les coordonnées d'un vecteur.

I- INTRODUCTION :

Contrôle de pré requis

Vérifier la notion de repérage vue en 4^{e} (Tracer un repère orthogonal, orthonormé ou orthonormal ; Placer dans un repère orthogonal un point de coordonnées données ; Déterminer graphiquement les coordonnées d'un point.

Situation problème :

Deux canetons se baladent hors du nid, qui est un point O(0 ;0). Le déplacement du premier caneton est égal au vecteur $\overrightarrow{d_1}(12; 5)$ et celui du second est égal au vecteur $\overrightarrow{d_2}(13; -8)$.

Déterminer les coordonnées des points C_1 et C_2 où se trouvent les canetons et la distance entre les deux canetons

II- ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Dans un repère orthonormé (O, I, J).

1- Place les points A(2 ;-1) ; B(4 ;2) et H(4 ;-1).

2- On se propose d'aller du point A au point B en ne faisant au maximum que deux déplacements horizontal et vertical.

a) Cite un chemin que tu peux emprunter.

b) Que peux-tu dire des vecteurs $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{OI}$?exprime $\overrightarrow{AH}$ en fonction de $\overrightarrow{OI}$.

c) Que peux tu dire des vecteurs $\overrightarrow{HB}$ et $\overrightarrow{OJ}$?exprime $\overrightarrow{HB}$ en fonction de $\overrightarrow{OJ}$.

d) Exprime $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{HB}$, puis en fonction de $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$.

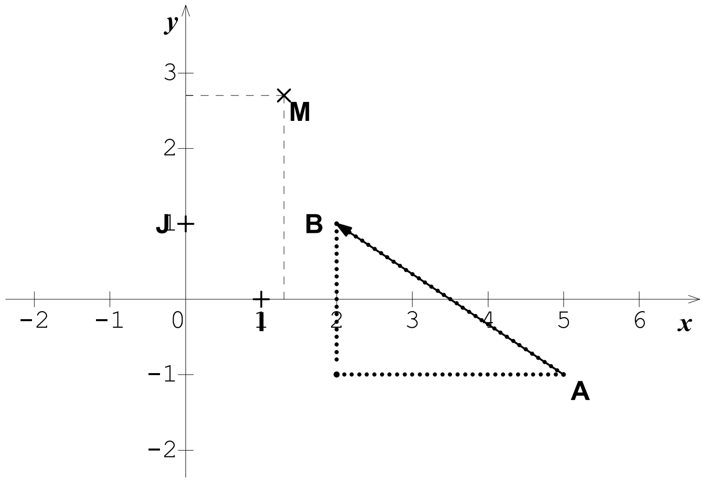
III- RESUME

1- Coordonnées d'un vecteur

On appelle repère du plan, tout triplet $(O; I; J)$ de points non alignés.

Le point O est appelé origine du repère ; la droite (OI) axe des abscisses et la droite (OJ) axe des ordonnées.

Dans un repère $(O; I; J)$, pour tous point M, il existe un couple unique (x, y) de nombres réels tel que $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$. Le (x, y) est appelé couple de coordonnées de M dans le repère $(O; I; J)$ et on note $M(x, y)$ ou $M\binom{x}{y}$. x est l'abscisse de M et y est l'ordonnée de M.



Dans un repère $(O; I; J)$, pour tous vecteur $\overrightarrow{AB}$, il existe un couple unique (x, y) de nombres réels tel que $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$. Le couple (x, y) est appelé couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ dans le repère $(O; I; J)$ et on note $\overrightarrow{AB}(x, y)$ ou $\overrightarrow{AB}\binom{x}{y}$. x est l'abscisse du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et y est l'ordonnée du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

<u>Exemple 3:</u>

a) Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, placer les points A, B et C tel que :

A(2,2) ; $\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OI} + 3\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OJ}$

b) Déterminer par lecture les coordonnées des vecteurs : $\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{IC}$.

2- Calcul dans un repère.

Soient $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ deux points du plan rapporté à un repère orthonormé $(O; I; J)$.

- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.
- Le point I, milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées : $I\begin{pmatrix} \frac{x_A+x_B}{2} \\ \frac{y_A+y_B}{2} \end{pmatrix}$.
- La distance du point A au point B est donnée par : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère les vecteurs $\overrightarrow{AB}(x; y)$; $\overrightarrow{CD}(x'; y')$ et un nombre réel k.

- Le vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ a pour coordonnées $(x + x'; y + y')$.
- Le vecteur $k\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(kx; ky)$.

<u>Exemple 4:</u>

On considère dans le plan les points A(-2,1) ; B(1,4) et C(6,-1).

a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

b) Calculer les distances AB ; AC et BC.

c) Calculer les coordonnées du point I milieu du segment $[AC]$.

3- Vecteurs colinéaires - vecteurs orthogonaux

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$, $\overrightarrow{AB}(x; y)$ et $\overrightarrow{CD}(x'; y')$ deux vecteurs du plan.
A, B, C et D sont quatre points deux à deux distincts su plan.
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires signifie que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux signifie que les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaire.

Propriétés :

- Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux si et seulement si : $x = x'$ et $y = y'$.
- Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires si et seulement si $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = 0$ c'est à dire $xy' - x'y = 0$.
- Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux si et seulement si $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = 0$; c'est-à-dire $xx' + yy' = 0$

__Exemple 5:__

On donne les points $A(2,1)$; $B(7,-4)$; $C(11,0)$ et $D(6,5)$.

a) Déterminer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.
b) Quelle est la nature du quadrilatère ADCB ?
c) Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.

IV- EXERCICES D'APPLICATIONS

__Exercice__:

Résolution situation problème

$\overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{d_1}$ *; qui conduit à* $C_1(12; 5)$.

$\overrightarrow{OC_2} = \overrightarrow{d_2}$ *; qui conduit à* $C_2(13; -8)$.

La distance entre les deux canetons est $C_1C_2 = \sqrt{(13-12)^2 + (-8-5)^2} = \sqrt{1+169} = \sqrt{170} = 13{,}03$

V- CONCLUSION

Jeux bilingue :

Devoirs : Exercices

MODULE 13 : RELATIONS ET OPÉRATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS.

MODULE 15 : CONFIGURATION ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN.

CHAP : ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ IR x IR ET ÉQUATIONS DE DROITES

Leçon 1 : Équation du premier degré IR x IR

Objectifs pédagogiques :

- ✓ Donner des couples solutions d'une équation du 1^er^ degré dans IR×IR.
- ✓ Vérifier si un couple de nombres réels est solution d'une équation du 1er degré dans IR×IR.
- ✓ Représenter l'ensemble des points dont les coordonnées sont solutions d'une équation du 1er degré dans IR×IR.

Motivation : De nombreux problèmes de vie sont souvent modélisés par les équations du 1er degré dans IR×IR afin de permettre leurs résolutions.

Prérequis :

1. Résous dans IR les équations suivantes
   a. $x + 2 = 0$
   b. $5x + 4 = 0$
2. Place dans le repère orthonormé (O, I, J) les points suivants : A(0,1) ; B (-1,1) ; C (-1,0) ; D (2,2) ; E (3,-2) ; F (-3,-3)

Situation Problème :

Ousmane peut dépenser exactement 100 F.cfa pour acheter des bonbons à 10 francs l'un et des chewing – gums à 15 francs la pièce. Combien de bonbons et de chewing-gums Ousmane pourra-t-il acheter ? Puis traduis par une équation la situation décrite dans le problème.

Activité d'apprentissage :

Considérons l'équation suivante (E) : $x + 2y = 4$ où x et y sont des inconnues.

1. a. Détermine la valeur de l'inconnue dans les cas suivants.
   i. $x = 0$; $x = 3$
   ii. $y = -1$; $y = 0$

   b. Donne alors tous les couples de coordonnées solution de l'équation (E).
2. a. Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Points	Coordonnées (x, y)	A-t-on $x + 2y = 4$
A	(2,1)	
B	(1,5)	
C	(-2,3)	
D	(4,0)	

b. Place dans un repère orthonormé les points dont les coordonnées sont solutions de (E).

Retenons 1 : Une équation du 1er degré dans IR x IR est une équation de la forme

$\boldsymbol{ax + by = c}$ où **a, b, c** sont des réels, **a≠0, b≠0** et $\boldsymbol{x}$, **y** sont des inconnues.

Exemple : $2x + 4 = 1$; $x + 4 - 1 = 0$; $10x + 25y + 100 = 0$ sont des équations du premier degré dans IR x IR.

Retenons 2 : Pour déterminer les solutions d'une équation du 1er degré dans IR x IR, il suffit de donner une valeur arbitraire à l'une des inconnues puis, se servir de l'équation pour trouver la valeur de l'autre inconnue. La solution est donc le couple formé des valeurs obtenues.

Exemple : Détermine trois solutions de l'équation (E) : x+2y = -3

Solution :

- Pour $x = 0$ on a $0 + 2y = -3 \Rightarrow y = \frac{-3}{2}$
- Pour $y = -2$ on a $x + 2\text{x}(-2) = -3 \Rightarrow x = 1$
- Pour $x = -1$ on a $-1 + 2y = -3 \Rightarrow y = -1$

Les couples $(0,\frac{-3}{2})$; (1,-2) ; (-1,-1) sont les solutions de l'équation (E).

Retenons 3 : Un couple $(\boldsymbol{x_o}, \boldsymbol{y_o})$ est solution de l'équation $\boldsymbol{ax + by = c}$ si et seulement si $\boldsymbol{ax_o} + \boldsymbol{by_o}$ est égale à **c**.

Exemple :

- Le couple (4,2) est-il solution de l'équation (E) : $5x - 4y = 12$?
- Le couple et (3,1) est-il solution de l'équation (F) : $x + 4y - 12 = 0$?

Solution :

- On a 5x(4) - 4x(2) = 20 - 8 = 12. Donc (4,2) est solution de l'équation (E)
- On a 5x(3) - 4x(1) = 15 – 4 = 11≠12. Donc (3,1) n'est pas solution de (E)

Retenons 4 : Pour représenter graphiquement une équation du 1er dans IR x IR on procède comme suit :

- On détermine les solutions de cette équation.
- On place dans un repère (O, I, J) les points ayant pour coordonnées les solutions de cette équation.

Exemple : Représenter graphiquement les solutions de l'équation (E) : $2x + y - 6 = 0$

Solution :

Points	x	y	coordonnées
A	1	4	(1,4)
B	4	-2	(4,-2)
C	3	0	(3,0)

Exercice d'application :

Reprenons l'énoncé de la situation problème.

1. Combien de bonbon et de chewing-gums Ousmane pourra-t-il acheter ? Puis traduis par une équation la situation décrite dans le problème.

2. Considérant de l'équation (D) : $2x + 3y = 20$;
   a. Détermine parmi les couples suivants ceux qui sont solutions de l'équation (D) : (4,4) ; (7,2) ; (3,2) ; $(5,\frac{10}{3})$.
   b. Représente graphiquement ces solutions.

Résolution de la situation problème :

Choix des inconnues : Désignons par x le nombre de bonbons et par y le nombre de chewing-gums que pourra acheter Ousmane.

Mise en équation :
Prix des bonbons : $10x$; prix des chewing-gums : $15y$
Prix payé par Ousmane pour son achat : $10x + 15y$; puisqu'il dispose exactement de 100F.cfa, alors l'équation $10x + 15y = 100$ décrit la situation du problème.

Exercice d'intégration : Exercices du livre au programme.

Leçon 2 : Vecteurs Directeurs et Coefficient directeur d'une droite.

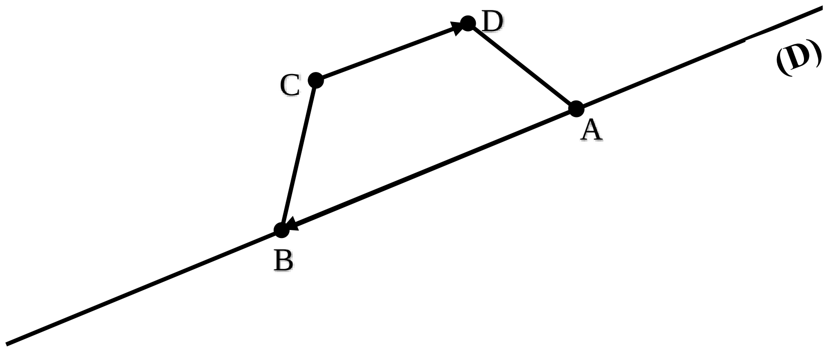
Objectifs pédagogiques :

- ✓ Déterminer un vecteur directeur d'une droite donnée par une équation cartésienne.
- ✓ Trouver le coefficient directeur, quand il existe, d'une droite donnée par une équation cartésienne.
- ✓ Vérifier si un point appartient ou non à une droite donnée par une équation cartésienne.

Motivation : En ingénierie la pente d'une droite ou encore son coefficient directeur est un nombre qui permet d'ajuster (en tenant compte de ce qui est prescrit par la norme) l'inclinaison d'un escalier, d'une route, etc…

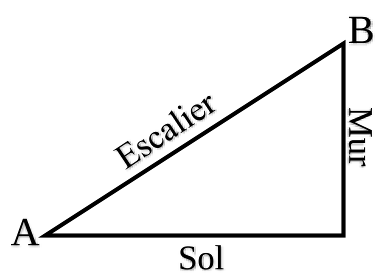
Prérequis :

1. Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), on donne A (2,1) ; B (-3,1). Détermine les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Observe la figure suivante et cite quatre vecteurs directeurs de la droite (D)



Situation problème :

EKANGA construit un escalier quittant d'un point A (le point A est situé au sol) à un point B, comme l'indique la figure ci-contre. A l'aide d'un théodolite, il réussit à déterminer avec exactitude les coordonnées des points A et B et obtient A (3,1) ; B (6, 4).



1. Sachant que la norme exige une pente inférieure ou égale à $\frac{2}{3}$, l'escalier construit par EKANGA respect-il la norme ?
2. Quelles sont les coordonnées du vecteur directeur d'un homme place en A et voulant arriver en B.

<u>Activité d'apprentissage</u> :

1. Recopie et complète
   $\overrightarrow{AM}(x+1, y+1)$ et $\overrightarrow{AB}(3,2)$ sont colinéaires équivaut à :$(x+1)$ x…..- 3x (…..) = 0
   équivaut à : …..x - …..$y - 1 = 0$
   équivaut à : $y = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}x - \frac{1}{\ldots\ldots\ldots}$

<u>Retenons 1</u> :

- Dans un repère du plan, l'équation cartésienne d'une droite du plan est de la forme **:** **(D) :** $\boldsymbol{ax + by + c = 0}$ où **a, b, c** sont des nombres réels, avec **a≠0** ou **b≠0.**
  Un vecteur directeur de (D) a pour coordonnées $\boldsymbol{(-b, a)}$**.**
- Si **b≠0,** Alors une équation cartésienne de (D) peut se mettre sous la forme : $\boldsymbol{y = mx + p}$
  - **Un vecteur directeur** de cette droite a pour coordonnées **(1,m) ;**
  - **Le coefficient directeur** ou **pente** de cette droite est le réel **m**
  - **L'ordonnée à l'origine** de cette droite est le réel **p**

<u>Exemple</u> :

- $3x - y - 5 = 0$ est l'équation cartésienne d'une droite. Son vecteur directeur $\vec{\boldsymbol{u}}$ a pour coordonnée $\vec{\boldsymbol{u}}\,(-(-1), 3) = (1,3)$.
  $3x - y - 5 = 0 \Leftrightarrow y = 3x - 5$. Ainsi le coefficient directeur de cette droite est **3** et son ordonné à l'origine est **-5.**
- $y = 2$ est l'équation cartésienne d'une droite. Son vecteur directeur est $\vec{\boldsymbol{u}}\,(1, 0)$, le coefficient directeur est **0** et son ordonnée à l'origine est **2.**

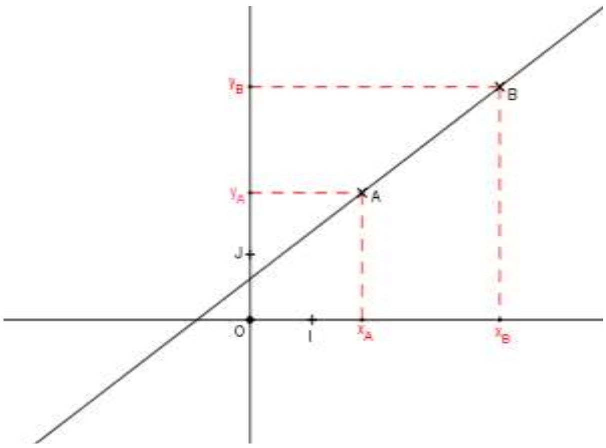
<u>Retenons 2</u> : Un point de coordonnée $(\boldsymbol{x_o}, \boldsymbol{y_o})$ appartient à une droite (D) : $ax + by + c = 0$ ou (D) : $y = mx + p$ lorsque $\boldsymbol{ax_o + by_o + c}$ est égale à **0** ou lorsque $\boldsymbol{mx_o + p}$ est égale à $\boldsymbol{y_o}$**.**

<u>Exemple</u> :

- Le point A (0,1) appartient-il à la droite (D) : $2x + y - 1 = 0$?
- Le point B (-1,5) appartient-il à la droite (E) : $y = 4x + 3$?

<u>Retenons 3</u> :

Soit (D) : $y = ax + b$ l'équation d'une droite. Soient A (x_A, y_A) et B (x_B, y_B) deux points appartenant à (D) avec $x_A \neq x_B$; alors le vecteur $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}\begin{pmatrix} \boldsymbol{x_B - x_A} \\ \boldsymbol{y_B - y_A} \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (D) et le **coefficient directeur** ou **pente** de (D) est $\boldsymbol{a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$



<u>Exemple</u> : Soient A (1,2) et B (-3, 0) deux points appartenant à une droite. Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{\boldsymbol{u}}$ ainsi que la pente **a** de cette droite.

<u>Remarque</u> :

1. Une droite à plusieurs vecteurs directeurs mais lorsqu'il existe n'a qu'un seul coefficient directeur et une seule ordonnée à l'origine.
2. La forme $\boldsymbol{y = mx + p}$ est appelée **équation réduite** de la droite **(D) :** $\boldsymbol{ax + by + c = 0.}$

Exemple : $x = 5$ est l'équation d'une droite. Son vecteur directeur est $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\ (\mathbf{0}, \mathbf{1})$ **;** le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine n'existent pas.

Exercice d'application :

On considère les équations de droites suivantes $(D_1): 2x - 4y + 3 = 0$; $(D_2): y = 3$; $(D_2): x = 1$. Détermine :

1. Les coordonnées d'un vecteur directeur de chacune d'elles.
2. Leurs coefficients directeurs respectifs $a_1, a_2\ et\ a_3$, s'ils existent, ainsi que leurs ordonnées à l'origine respectives p_1, p_2 et p_3 s'ils existent.

Résolution de la situation problème :

1. Soit a la pente de l'escalier alors $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-3}{4-1} = \frac{3}{3} = 1$. Et comme $1 > \frac{2}{3}$ alors l'escalier construit par EKANGA ne respecte pas la norme.
2. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-3 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ est le vecteur directeur d'un homme place en A et voulant arriver en B.

Exercice d'intégration : Exercice du livre au programme.

Leçon 3 : Détermination et représentation de l'équation cartésienne d'une droite.

Objectifs pédagogiques :

- ✓ Ecrire l'équation cartésienne d'une droite définie par deux points ;
- ✓ Ecrire l'équation cartésienne d'une droite définie par un point et un vecteur directeur ;
- ✓ Ecrire l'équation cartésienne d'une droite définie par un point et le coefficient directeur ;
- ✓ Ecrire l'équation cartésienne d'une droite définie par un point et une droite qui lui est parallèle ;
- ✓ Ecrire l'équation cartésienne d'une droite définie par un point et une droite qui lui est perpendiculaire ;
- ✓ Tracer une droite déterminée par un point et un vecteur directeur ;
- ✓ Tracer une droite déterminée par une équation cartésienne.

Motivation : Les problèmes conduisant à un système d'équations sont modélisés grâce à la connaissance qu'on a des équations de droites.

Prérequis :

1. Donne la condition pour que deux vecteurs $\overrightarrow{u}\ (a, b)$ et $\overrightarrow{v}\ (a', b')$ soient orthogonaux.
2. Donne la condition pour que deux vecteurs $\overrightarrow{u}\ (a, b)$ et $\overrightarrow{v}\ (a', b')$ soient colinéaires.
3. Dans le repère (O, I, J) on donne $\overrightarrow{CD}\ (-1,2)$,
   a. Exprime le vecteur $\overrightarrow{CD}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$
   b. Représente graphiquement le vecteur $\overrightarrow{CD}$

3.1 Équation d'une droite passant par deux points

Exercice Guidé :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Soient A (-1,4) ; B (3,-2) deux points du plan. **Cherchons une équation de la droite (AB)**

Solution :

Soit M (x, y) un point du plan.

M ∈ (AB) ⟺ $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires. Or $\overrightarrow{AM}$ $(x+1, y-4)$ et $\overrightarrow{AB}$ $(4, -6)$ ainsi

M ∈ (AB) ⟺ - 6($x + 1$) – 4 (y – 4) = 0

⟺ - 6 x – 6 - 4y + 16 = 0

⟺ - 6 x - 4y + 10 = 0

Par conséquent, **(AB) : - 6 x - 4y + 10 = 0** est une équation de la droite (AB)

Exercice d'application :

Ecris l'équation de la droite (D) passant par les points A (1,-1) et B (3,2). En déduire l'expression de la forme réduite associée à cette droite.

3.2 Équation d'une droite passant par un point et de coefficient directeur donné

Exercice Guidé :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). **Cherchons l'équation de la droite (D)** passant par E (1,3) et de coefficient directeur $\frac{1}{2}$

Solution :

La droite (D) a une équation de la forme (D) : $y = ax + b$. Comme le coefficient directeur est $\frac{1}{2}$ alors $a = \frac{1}{2}$. Ainsi, (D) : $y = \frac{1}{2}x + b$. Or

E ∈ (D) ⟺ $y_E = \frac{1}{2}\ x + b$

⟺ 3 =$\frac{1}{2}$ x 1 + b

⟺ $b = \frac{5}{2}$

Par conséquent, **(D) :** $\boldsymbol{y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}}$ où **(D) :** $\boldsymbol{x - 2y + 5 = 0}$

Exercice d'application :

Ecris l'équation de la droite (D) passant par les points A (1,-1) et de coefficient directeur -2

3.3 Équation d'une droite passant par un point et de vecteur directeur donné

Exercice Guidé :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). **Cherchons l'équation de la droite (D)** passant par E (1,2) et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}$ $(-2,1)$

Solution :

La droite (D) a une équation de la forme (D): $ax + by + c = 0$. Puisque $\overrightarrow{u}$ $(-2,1)$ est le vecteur directeur de (D), alors on a $\begin{cases} -b = -2 \\ a = 1 \end{cases}$ donc $\begin{cases} b = 2 \\ a = 1 \end{cases}$; ainsi,

(D) : $x + 2y + c = 0$. Or E ∈ (D) ⟺ $x_A + 2y_A + c = 0$

⟺ 1+2 x 1 + $c = 0$

⟺ $c = -5$

Par conséquent, **(D) :** $\boldsymbol{x + 2y - 5 = 0}$ où **(D) :** $\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}}$

Exercice d'application :

Ecris l'équation de la droite (D) passant par les points A (-1,-$\frac{5}{2}$) et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}$ $(-4,2)$

3.4 Équation d'une droite passant par un point et parallèle à une droite donnée

Exercice Guidé :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). **Cherchons l'équation de la droite (D')** passant par A (2,1) et parallèle à la droite (D): $3x + 4y - 5 = 0$

Solution :

La droite (D) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u}$ $(-4{,}3)$. Soit M (x, y) un point du plan.

Puisque (D') passe par A et est parallèle à (D) alors M ∈ (D') ⟺ $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{u}$ sont colinéaires.

Or $\overrightarrow{AM}$ $(x + 1, y - 4)$ et $\overrightarrow{AB}$ $(4, -6)$ ainsi

M ∈ (D') ⟺ $3(x + 3) + 4(y + 1) = 0$

⟺ $3x + 4y + 9 + 4 = 0$

⟺ $3x + 4y + 13 = 0$

Par conséquent, **(D') : $\mathbf{3x + 4y + 13 = 0}$**

Exercice d'application :

Ecris l'équation de la droite (D') passant par les points B (2,- 1) et parallèle à la droite (D): $-2x - y + 3 = 0$

3.5 Équation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée

Exercice Guidé :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). **Cherchons l'équation de la droite (D')** passant par A (2,2) et parallèle à la droite (D): $2x - y + 5 = 0$

Solution :

La droite (D) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u}$ $(-4{,}3)$. Soit M (x, y) un point du plan.

Puisque (D') passe par A et est perpendiculaire à (D) alors M ∈ (D') ⟺ $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{u}$ sont orthogonaux. Or $\overrightarrow{AM}$ $(x - 2, y - 2)$ et $\overrightarrow{AB}$ $(4, -6)$ ainsi,

M ∈ (D') ⟺ $-4(x - 2) + 3(y - 2) = 0$

⟺ $-4x + 3y + 8 - 6 = 0$

⟺ $-4x + 3y + 2 = 0$

Par conséquent, **(D') : $\mathbf{-4x + 3y + 2 = 0}$**

Exercice d'application :

Ecris l'équation de la droite (D') passant par les points C (3,- 1) et perpendiculaire à la droite (D): $3x + 2y - 3 = 0$

3.6 Représentation graphique d'une droite

Activité 1 :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). On donne le vecteur $\overrightarrow{CD}$ $(-2{,}1)$

1. Construis dans le repère (O, I, J) le vecteur $\overrightarrow{CD}$.
2. Marque un point A de ton choix dans le repère (O, I, J)
3. Marque un point M du plan tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CD}$
4. Trace la droite (D) passant par les points A et M
5. Que représente le vecteur $\overrightarrow{CD}$ pour la droite (D) ?

Activité 2 :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). Soit (D) : $x - 2y + 1 = 0$ une droite du plan

1. Recopie et complète le tableau suivant

x	0	…….
y	……..	1

2. Place dans le repère (O, I, J) les points de coordonnées (x, y), puis trace la droite passant par ses points.

Retenons 1 : Pour construire dans un repère une droite (D) de vecteur directeur $\vec{u}$ passant par un point A on procède comme suit :

- On construit le vecteur $\vec{u}$ dans ce repère ;
- On place le point A dans ce même repère ;
- On trace la droite passant par A et parallèle à (D) : c'est la droite demande

Exemple : Construis la droite (D) passant par A (1,2) et dirigée par le vecteur $\overrightarrow{EF}$ (-2,1)

Retenons 2 : Pour construire dans repère une droite d'équation cartésienne donnée, on procède comme suit :

- On détermine deux points distincts de cette droite par leurs couples de coordonnées ;
- On les place dans un repère, puis on trace la droite qui passe par ces deux points.

Exemple : Construis la droite (D) : $x + 2y - 1 = 0$.

Remarque : Dans un repère du plan,

1. Toute droite dont une équation cartésienne est sous la forme $x = a$, est parallèle à l'axe des ordonnées.
2. Toute droite dont une équation cartésienne est sous la forme $y = b$, est parallèle à l'axe des abscisses.

Exercice d'application : Le plan est muni repère (O, I, J)

1. Construis la droite (D') passant par B (-3,2) et de vecteur directeur $\overrightarrow{AB}$ (2,3).
2. Représente dans un repère (O, I, J) les droites d'équations suivantes :$2x - 3y + 5 = 0$; $y = \frac{3}{2}$; $x = 3$.

Exercice d'intégration : Exercice du livre au programme

Leçon 4 : Positions relatives de deux droites du plan.

Objectifs pédagogiques :

- ✓ Justifier que deux droites sont perpendiculaires ou parallèles à partir de leurs coefficients directeurs.

Motivation : En menuiserie, la confession des penderies, lits etc… fait appel à la notion de position relative de deux droites.

Prérequis :

1. Quand dit-on que deux droites sont parallèles ?
2. Quand dit-on que deux droites sont perpendiculaires ?

Situation problème :

Au cours d'un décathlon de mathématiques, il est demandé aux élèves de troisième de choisir parmi les droites suivantes : (D_1) : $x - 2y + 1 = 0$; (D_2) : $2x + y + 6 = 0$; (D_3) : $-3x + 6y + 5 = 0$, deux droites qui sont parallèles et deux droites qui sont perpendiculaires. Compte tenu qu'ils ne disposent que de quelques secondes pour faire leurs choix, aide ses élèves à trouver les droites demandées.

Activité d'apprentissage :

On considère dans un repère du plan deux droites (D) : $y = ax + b$ et (D') : $y = a'x + b'$.

1. Donne un vecteur directeur de (D) et un vecteur directeur de (D')
2. Donne le coefficient directeur de (D) et le coefficient directeur de (D')
3. Supposons que (D) et (D') sont parallèles. En utilisant les coordonnées de leurs vecteurs directeurs respectifs, compare a et a'.
4. Supposons que (D) et (D') sont perpendiculaires. En utilisant les coordonnées de leurs vecteurs directeurs respectifs, compare a et a'.

<u>Retenons 1</u> : Soient (D) et (D') deux droites du plan de coefficient directeur a et a'.

$$\boldsymbol{(D)//(D')} \textbf{ équivaut à } \boldsymbol{a = a'}.$$

<u>Exemple</u> : Dans le repère (O, I, J), les droites $(D) : x - 3y + 4 = 0$ et $(D') : -\frac{1}{3}x + y - 2 = 0$ sont-elles parallèles ?

<u>Solution</u> : (D) a pour coefficient directeur $a = \frac{1}{3}$ et (D') a pour coefficient directeur $a' = \frac{1}{3}$ donc $a = a'$ par conséquent (D) et (D') sont parallèles.

<u>Retenons 2</u> : Soient (D) et (D') deux droites du plan de coefficient directeur a et a'.

$$\boldsymbol{(D) \perp (D')} \textbf{ équivaut à } \boldsymbol{a \text{ x } a' = -1}.$$

<u>Exemple</u> : Dans le repère (O, I, J), les droites $(D) : x - y + 4 = 0$ et $(D') : -x - y - 2 = 0$ sont-elles perpendiculaires ?

<u>Solution</u> : (D) a pour coefficient directeur $a = 1$ et (D') a pour coefficient directeur $a' = -1$ donc $a \text{ x } a' = -1$ par conséquent (D) et (D') sont perpendiculaires.

<u>Exercices d'application</u> : situation problème

<u>Résolution de la situation problème</u> : Déterminons les coefficients directeurs respectifs a_1, a_2 et a_3 des droites $(D_1), (D_2)$ et (D_3).

- Pour (D_1) on a $x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow 2y = x + 1$
  $\Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$; donc $a_1 = \frac{1}{2}$
- Pour (D_2) on a $2x + y + 6 = 0 \Leftrightarrow y = -2x - 6$; donc $a_2 = -2$
- Pour (D_3) on a $-3x + 6y + 5 = 0, \Leftrightarrow 6y = 3x - 5$
  $\Leftrightarrow y = \frac{3}{6}x + \frac{5}{6}$
  $\Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{6}$; donc $a_3 = \frac{1}{2}$
- Puisque $a_1 = a_3$ alors les droites (D_1) et (D_3) sont parallèles.
- Puisque $a_1 \text{ x } a_2 = -1$ alors les droites (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires.
- Puisque $a_2 \text{ x } a_3 = -1$ alors les droites (D_2) et (D_3) sont perpendiculaires.

11

APPLICATIONS AFFINES
APPLICATIONS LINEAIRES

L2. APPLICATIONS LINEAIRES

Compétences à Retenir par les Elèves

A la fin de cette leçon, l'élève devra :

- Définir et reconnaitre une application linéaire.
- Déterminer les images et les antécédents d'un réel par une application linéaire,
- Représenter et donner le sens de variation d'une application.

Motivations

Dans la vie courante, on est souvent confronté à résoudre des problèmes se ramenant ou pas à des situations de proportionnalités, ou encore de comparaison…cette leçon aide donc les apprenants à résoudre ces problèmes ou exercices avec une certaine aisance.

Pré-Réquis

Soients les expressions $E = \frac{1}{4}x$et $F = -2x$

1. Résoudre dans IR : $E = F$ et $E < F$.
2. Donner les valeurs numériques de E pour $x = -200$ et F pour $x = 4000$.

Situation Problème

Pour préparer sa rentrée scolaire, Tabi vend des cahiers à 450 frs l'unité.

1. Combien gagne t-il après 5, 10 ou 15 cahiers vendus ?
2. Désignons par n le nombre de cahiers vendus et par $g(n)$ le gain de Tabi après la vente. Exprimer $g(n)$ en fonction de n.

Activité d'Apprentissage

La compagnie de téléphonie mobile d'une ville propose la minute d'appel à 120 frs.

1. Combien paie un client qui a consommé 12 min ? 0 min ? 30 min ?
2. Un client dont la facture s'élève à 1500 frs a consommé combien de minutes ?

Résumé

DEFINITION : Une **application affine** est une application de la forme $f(x) = ax$ où a est un nombre réel.

REMARQUE : Toute application est représentée par une droite dans un repère orthonormé et toutes les applications linéaires passent par l'origine du repère.

APPLICATION: Compléter le tableau.

Applications Affines	Applications linéaires Vrai ou Faux	Coefficient	Croissante ou décroissante	Image de 2	Antécédant de 2
$f(x) = 2x - 5$					
$g(x) = -\frac{1}{3}x$					
$h(x) = 8x$					
$m(x) = (\sqrt{2} - 1)x$					
$a(x) = -6x + 4$					

PROPRIETE : Soient u, v et k trois nombres réels et f une application linéaire. Alors $f(u + v) = f(u) + f(v)$ et $f(ku) = kf(u)$.

EXERCICES

EXERCICE 1:

Pour payer ses factures d'eau, une société propose deux modes à ses abonnés :

Mode 1 : Payer 200 frs par m^3 consommé.

Mode 2 : Verser une caution de 1 000 frs et payer 120 frs par m^3 consommé.

1. Compléter le tableau :

Nombre de m^3 consommé.	1	5	10	12,5	15	20
Somme à payer avec le mode 1						
Somme à payer avec le mode 2						

2. Soit x le nombre de m^3 consommés par un client, $f(x)$ la somme à payer avec le mode 1 et $g(x)$ par le mode 2.
   a) Exprimer $f(x)$ *et* $g(x)$ en fonction de x.
   b) Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.
   c) Représenter graphiquement $f(x)$ *et* $g(x)$ puis dire à partir de combien de m^3 le mode 2 devient il intéressant.

EXERCICE 2:

1. Soit f une application linéaire telle que $f(2) = -8$. Déterminer le coefficient directeur de f puis préciser le sens de variation de f.
2. Soit g une application affine telle que $g(1) = 1$ et $g(2) = 6$.
   a) On pose $g(x) = ax + b$. Déterminer a et b puis préciser le sens de variation de g.
   b) Déterminer l'image de 200 par g et l'antécédent de 0 par g.

Classe de 3e

MODULE 15 : CONFIGURATION ET TRANSFORMATION DU PLAN

***Leçon :* Homothéties**

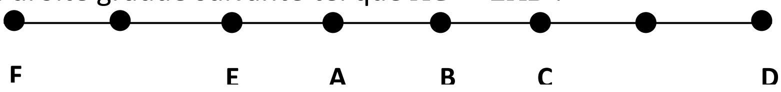
Objectif pédagogiques :

- Utiliser une homothétie pour agrandir ou réduire une figure simple (triangle, rectangle ……)
- Construire l'image d'un point par une homothétie.

Durée : *2 heures*

Activité Pédagogique

Soit la droite gradué suivante tel que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$:



1) Recopie et complète les égalités vectorielle par les nombres réels .

a)$\overrightarrow{AD}$=……$\overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{AB}$=……$\overrightarrow{AC}$ c) $\overrightarrow{EC}$=……$\overrightarrow{EA}$ d) $\overrightarrow{EA}$=……$\overrightarrow{FA}$

2) L'égalité vectorielle $\overrightarrow{\mathbf{AC}} = 2\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ peut se traduire par la phrase ≪ C est l'image de B par l'homothétie de centre A et de rapport 2 ≫ (le centre est le point qui se répète dans les deux vecteurs) ;traduis les égalité vectorielles par les phrases semblables.

a) $\overrightarrow{FE}$= 2 $\overrightarrow{EA}$ b) $\overrightarrow{BC}$= $\frac{1}{3}$ $\overrightarrow{BD}$

I-Définition

Soit O un point du plan et k un nombre réel différent de 0 .L'égalité vectorielle $\overrightarrow{ON}$= $k\overrightarrow{OM}$ signifie que N est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k.

Si O est le centre d'une homothétie de rapport k alors son image est toujours le point O.

Exemple d'application 1

1) Soit deux point du plan O et M tel que OM=2 cm .Construire dans chacun des cas l'image M' de M par l'homothétie de centre O et de rapport k :

a) k=3

b) k=$\frac{1}{2}$

2) ABC est un triangle quelconque, N est le milieu de $[AB]$ et M le milieu de $[AC]$.

a)Faire la figure

b) Recopier et compléter le tableau :

h	
A	…….
N	………
M	………..

c)Traduis par une égalité vectorielle : ≪ M est l'image de C par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{2}$ ≫.

II-Propriétés

P_1) Une homothétie de rapport k multiplie les longueurs par k.

-Si k >1 alors cette homothétie agrandi la longueur initiale

-Si 0$< k <1$ alors cette homothétie réduit la longueur initiale.

P_2) Une homothétie de rapport k multiplie les aires par k^2 . $A' = A \times \mathrm{k}^2$

P_3)Une homothétie transforme un segment en un segment de support parallèle à celui du premier, une droite en une droite parallèle à la droite initiale, un triangle en un triangle semblable .

Exemple d'application 2

ABC est un triangle équilatéral de coté 4 cm. Le pont H est le milieu du coté $[BC]$.On donne AH= $2\sqrt{3}$ cm.

1-a)Faire la figure.
b) Calculer l'aire du triangle ABC.
2) On désigne par h l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{2}$ et le triangle AB'C' est l'image du triangle ABC par h.
a) Construire les points B' et C'.
b) Montrer que le triangle AB'C' est équilatérale et calculer son aire.